

Anwendungsaufgabe zur Analysis - Gewinnfunktion

Eine kleine Firma produziert spezielle USB-Sticks. Ein USB-Stick kostet 15 Euro. Es wird von der Kostenfunktion $K(x) = 1/3 x^3 + x^2 + 2$ ausgegangen (im Bereich $[0; 5]$). Diese ergab sich, als zu verschiedenen Stückzahlen die Kosten ermittelt wurden. Dabei sind x je 1000 produzierte USB-Sticks und $K(x)$ die Kosten in 1000 Euro.

- a) Wie lautet die Gewinnfunktion?
- b) Bei welcher Anzahl verkaufter USB-Sticks macht die Firma den maximalen Gewinn?
- c) Der Graph der Gewinnfunktion wird gesucht.

Lösung

a) $G(x) = E(x) - K(x)$ (Gewinn = Erlös bzw. Umsatz minus Kosten)

Für die Erlösfunktion gilt: $E(x) = 15 \cdot x$

(pro USB Stick nimmt die Firma 15€ ein, bzw. pro 1000 Sticks 15.000€.)

$$\Rightarrow G(x) = 15x - \left(\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2\right) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 15x - 2$$

b) Wir leiten G zweimal ab und setzen $G'(x) = 0$:

$$G'(x) = -x^2 - 2x + 15$$

$$G''(x) = -2x - 2$$

$$G'(x) = -x^2 - 2x + 15 = 0 \quad | :(-1)$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

Mit der p-q-Formel ergibt sich $x_1 = 3$ und $x_2 = -5$.

$G''(3) = -8 < 0 \Rightarrow$ maximal ($G''(-5) > 0$ und -5 liegt nicht im zulässigen Bereich)

Somit macht er bei 3000 USB-Sticks einen maximalen Gewinn.

Der maximale Gewinn beträgt dann $G(3) = 25$, also 25.000€.

c)

