

## Anwendungsaufgabe zur Analysis - Gewinnfunktion

Eine kleine Firma produziert spezielle USB-Sticks. Ein USB-Stick kostet 15 Euro. Es wird von der Kostenfunktion  $K(x) = 1/3 x^3 + x^2 + 2$  ausgegangen (im Bereich  $[0; 5]$ ). Diese ergab sich, als zu verschiedenen Stückzahlen die Kosten ermittelt wurden. Dabei sind  $x$  je 1000 produzierte USB-Sticks und  $K(x)$  die Kosten in 1000 Euro.

- a) Wie lautet die Gewinnfunktion?
- b) Bei welcher Anzahl verkaufter USB-Sticks macht die Firma den maximalen Gewinn?
- c) Der Graph der Gewinnfunktion wird gesucht.

## Lösung

a)  $G(x) = E(x) - K(x)$  (Gewinn = Erlös bzw. Umsatz minus Kosten)

Für die Erlösfunktion gilt:  $E(x) = 15 \cdot x$

(pro USB Stick nimmt die Firma 15€ ein, bzw. pro 1000 Sticks 15.000€.)

$$\Rightarrow G(x) = 15x - \left(\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2\right) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 15x - 2$$

b) Wir leiten G zweimal ab und setzen  $G'(x) = 0$ :

$$G'(x) = -x^2 - 2x + 15$$

$$G''(x) = -2x - 2$$

$$G'(x) = -x^2 - 2x + 15 = 0 \quad | :(-1)$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

Mit der p-q-Formel ergibt sich  $x_1 = 3$  und  $x_2 = -5$ .

$G''(3) = -8 < 0 \Rightarrow$  maximal ( $G''(-5) > 0$  und  $-5$  liegt nicht im zulässigen Bereich)

Somit macht er bei 3000 USB-Sticks einen maximalen Gewinn.

Der maximale Gewinn beträgt dann  $G(3) = 25$ , also 25.000€.

c)

