Tipps zu Ableitungen

$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
$f(x) = mx + b \Rightarrow f'(x) = m$

Beispiele:

$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$
$f(x) = 5x^2 - 8x + 4 \Rightarrow f'(x) = 10x - 8$
$f(x) = \frac{4}{x^2} = 4x^{-2} \Rightarrow f'(x) = -8x^{-3}$
$f(x) = \sqrt{x} = x^{1/2} \Rightarrow f'(x) = 1/2 \cdot x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = ax^2 + b^9 \Rightarrow f'(x) = 2ax$

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^2 - 3x$:
Wie groß ist die Steigung von f an der Stelle $x = 1$?
$f'(x) = 4x - 3$
$f'(1) = 4 \cdot 1 - 3 = 1$

Wie groß ist der Neigungswinkel an dieser Stelle ?
$f'(x_0) = \tan(\alpha)$
$f'(1) = \tan(\alpha)$
$1 = \tan(\alpha) \quad |\tan^{-1}(\ )$
$\alpha = \tan^{-1}(1) = 45°$

An welcher Stelle ist die Steigung $m = 5$ (oder ist die Tangente parallel zu $g(x) = 5x + 10$)?
$f'(x) = 5$ nach x auflösen:
$4x - 3 = 5 \mid + 3$
$4x = 8 \mid : 4$
$x = 2$

Wenn der Punkt gesucht wird, in dem die Steigung 5 ist: Hier muss noch f(2) berechnet werden:
$f(2) = 8 – 6 = 2$. Also ist im Punkt P(2; 2) die Steigung 5.

Noch ein **Beispiel**:
Gegeben ist $h_k(x) = x^3 – 2kx + k^3$. Wie muss k gewählt werden, damit h_k an der Stelle $x = 2$ die Steigung 3 hat:

$h_k'(x) = 3x^2 – 2k$

$h_k'(2) = 3 \cdot 2^2 – 2k = 3$
$12 – 2k = 3 \quad | \ -12$
$-2k = -9 \quad | \ :(-2)$
$k = 9/2$