

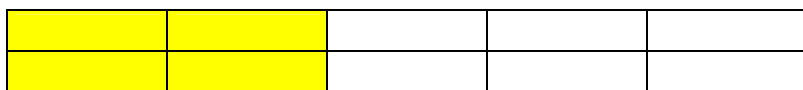
Merkblatt zu Brüchen

Anteil mit Bruch beschreiben:

Welcher Anteil ist unten markiert worden?



$\frac{1}{4}$ (ein Kästchen von 4). Der Anteil der markierten Kästchen beträgt $\frac{1}{4}$ (ein Viertel) und der Anteil der nicht gefärbten Kästchen beträgt $\frac{3}{4}$ (drei von vier sind nicht markiert, also drei Viertel aller Kästchen).



Hier sind $\frac{4}{10}$ gefärbt. Diesen Bruch kann man noch kürzen, denn in den Zähler (dieser steht über dem Bruchstrich) und in den Nenner (dieser steht unter dem Bruchstrich) „passt“ die 2. D.h. 2 ist Teiler vom Zähler und vom Nenner. Nun kann der Zähler und der Nenner durch 2 dividiert und der Bruch damit mit 2 gekürzt werden:

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Erweitern und Kürzen:

Wenn man einen Bruch erweitert, ändert sich der Wert des Bruches nicht. Erweitern heißt Nenner und Zähler mit derselben Zahl (außer mit 0) multiplizieren. Wir erweitern $\frac{3}{5}$ mit 2:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$

Kürzen geht genau so, dass der Zähler und der Nenner durch dieselbe ganze Zahl (außer durch 0) dividiert werden:

$$\begin{array}{l} :4 \\ \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ :4 \end{array}$$

Kürzen kann man nur, wenn der Zähler und der Nenner durch dieselbe ganze Zahl geteilt werden können, also wenn der Nenner und der Zähler denselben Teiler haben, wie oben: hier ist 4 Teiler von 8 und von 12.

Brüche in Dezimalzahlen und umgekehrt umwandeln:

Wir wandeln Dezimalzahl in einen Bruch um:

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$0,17 = \frac{17}{100}$$

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Je nachdem, wie viele Nachkommastellen die Dezimalzahl hat, steht im Nenner eine 10 (bei einer Nachkommastelle), eine 100 (bei zwei Nachkommastellen), In den Zähler wird dann die Zahl ohne Vornull und Komma geschrieben.

Wir wandeln einen Bruch in eine Dezimalzahl. Dazu kann man den Zähler (die Zahl oben) durch den Nenner (die Zahl unten) dividieren:

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$

Oder man erweitert den Bruch so, dass im Nenner eine 10, 100, 1000, ... steht:

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{12}{100} = 0,12$$

Dies geht aber nicht mit jedem Bruch, denn $\frac{1}{3}$ kann man weder so erweitern, dass 10, 100, 1000, ... im Nenner steht. Hier muss dividiert werden: $1:3 = 0,3333333333\dots$. Es ergibt sich eine periodische Zahl. Hier schreibt man $\frac{1}{3} = 0,\bar{3}$. Dazu kommen wir nochmal später.

Gemischte Zahl in Bruch und umgekehrt umwandeln:

Brüche können, wenn der Zähler größer oder gleich dem Nenner ist, in eine gemischte Zahl umgewandelt werden (oder auch, wenn der Nenner Teiler vom Zähler ist, also wenn der Nenner in den Zähler „passt“, in eine ganze Zahl umwandeln):

$$\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$\frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$$

$$\frac{20}{5} = 4 \text{ (hier gibt es keinen Rest: } 20/4 = 5\text{)}$$

Was wurde oben gemacht: wie oft „passt“ die 3 in die 10: 3-mal, Rest ist eins. Die 3 wird vor den Bruch geschrieben und der Rest in den Zähler. Der Nenner bleibt unverändert.

Gemischte Zahl in Bruch umwandeln:

$$1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$4\frac{3}{4} = \frac{19}{4}$$

Wie geht dies: Hier muss die Zahl vor dem Bruch mit dem Nenner multipliziert werden und das Ergebnis zum Zähler addiert werden. Beim ersten Beispiel oben wurde die 1 mit 5 multipliziert, was 5 ergibt und die 5 wurde zu der 3 im Zähler addiert.

Brüche multiplizieren:

Es wird der Zähler mit dem Zähler und der Nenner mit dem Nenner multipliziert und – wenn möglich – gekürzt. In der Regel kürzt man noch vor dem Multiplizieren.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

Brüche dividieren:

Der Hinter Bruch wird „herum gedreht“ und dann wird multipliziert. „herum gedreht“ heißt Zähler mit Nenner vertauschen, das wird den Kehrwert bilden genannt. Also wird der Kehrwert des hinteren Bruches gebildet und dieser mit dem vorderen Bruch multipliziert:

$$\frac{3}{8} : \frac{5}{7} = \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{40}$$

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$$

Bemerkung ($5 = 5/1$, $3 = 3/1$, jede ganze Zahl kann einfach als Bruch geschrieben werden):

$$\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8} : \frac{5}{1} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{40}$$

$$\frac{7}{10} \cdot 3 = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{1} = \frac{21}{10} \quad (= 2\frac{1}{10})$$

Brüche addieren:

Brüche können erst addiert werden, wenn die Nenner identisch sind. Damit muss, wenn dies nicht der Fall ist, entweder einer der Brüche oder beide Brüche so erweitert werden, dass die Nenner übereinstimmen. Danach werden einfach die Zähler addiert und der Nenner bleibt identisch:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$$

$$1\frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

Was macht man hier:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$$

Es muss eine Zahl gefunden werden, in die beiden Nenner passen, das heißt eine Zahl, bei der 4 und 5 Teiler sind. Hier sucht man die kleinste Zahl, für die das gilt, das kleinste gemeinsame Vielfache. Es wäre aber auch kein Problem, wenn man eine größere Zahl findet, es kann dann immer noch gekürzt werden. Bei 4 und 5 ist es die 20. Ein Trick funktioniert hier immer: Man kann den ersten Bruch mit dem Nenner des zweiten erweitern und den zweiten mit dem Nenner des ersten:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$$

Was macht man hier:

$$1/2 + 0,3 =$$

Hier kann entweder der erste Bruch in eine Dezimalzahl oder die hintere Dezimalzahl in einen Bruch umgewandelt werden.

$$1/2 + 0,3 = 0,5 + 0,3 = 0,8 \quad (1/2 = 5/10 = 0,5 \text{ oder } 1:2 = 0,5)$$

$$1/2 + 0,3 = 1/2 + 3/10 = 5/10 + 3/10 = 8/10$$

Bei $1/3 + 0,2$ müsste man $0,2$ in einen Bruch umwandeln, denn $1/3$ führt zu einer periodischen Zahl.

Bei der Subtraktion geht man wie bei der Addition vor, also gleiche Nenner durch erweitern bilden und danach die Zähler subtrahieren und die Nenner belassen.

Brüche subtrahieren:

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$$

Periodische Zahlen:

Folgende Brüche führen als Beispiel zu periodischen Zahlen. Man könnte damit beim schriftlichen dividieren nicht mehr aufhören und es würde sich dann ständig eine Zahl oder auch eine Zahlenfolge wiederholen.

$$1/9 = 1 : 9 = ?$$

Schriftliches dividieren:

$$10 : 9 = 0,11.....$$

$$\underline{-9}$$

$$10$$

$$\underline{-9}$$

$$1 \dots$$

.....

$$\frac{1}{9} = 0,1111 \dots = 0, \overline{1} \quad (\text{„Null Komma Periode 1“})$$

$$\frac{2}{9} = 0, \overline{2}$$

$$\frac{14}{99} = 0, \overline{14} = 0,141414 \dots$$

$$\frac{1}{3} = 0, \overline{3}$$

$$\frac{1}{7} = 0,142857142857 \dots = 0, \overline{142857}$$