

Aufgaben zu Graden (Oberstufe)

1) $f(x) = 2x + 3$

- a) Gesucht wird eine Gerade, die parallel zu f ist und durch $P(3; 7)$ verläuft.
- b) Gesucht wird eine Gerade, die senkrecht zu f ist und durch $P(3; 7)$ verläuft.

2) Schnittpunkt und Schnittwinkel von $f(x) = 1/3x - 7$ und $g(x) = -4/5x + 3$

3) Fläche des Dreiecks $A(1; 3); B(3; 6); C(2; 8)$ gesucht. (Tipp: erst Gerade g durch A und B bestimmen und dann Abstand von C zu g berechnen, was die Höhe auf Seite c ist. Dann Abstand von A zu B berechnen, was die Länge der Grundseite c ist.)

4) $f(x) = 3/8x - 1/7$

- a) Schnittpunkt mit x -Achse gesucht.
- b) Schnittpunkte mit y -Achse gesucht.
- c) Es soll der Neigungswinkel berechnet werden.

Lösungen:

1) a) $g(x) = 2x + b$ (selbe Steigung wie f)

P(3; 7) einsetzen, da $g(3) = 7$ sein soll:

$$2 \cdot 3 + b = 7$$

$$6 + b = 7$$

$$b = 1$$

Also: $g(x) = 2x + 1$

b) Da die Steigung von f gleich $m_f = 2$ ist und für zwei orthogonale Geraden (sofern keine die Steigung 0 hat) die Gleichung $m_f \cdot m_g = -1$ gilt, kann man die Steigung der orthogonalen Gerade g durch $m_g = -1/m_f = -1/2$ berechnen (Kehrwert bilden und Vorzeichen wechseln).

Somit gilt: $g(x) = -1/2 \cdot x + b$

Hier können wir wieder den Punkt P einsetzen:

$$-\frac{1}{2} \cdot 3 + b = 7 \quad | + 3/2$$

$$b = 17/2$$

$$g(x) = -1/2 \cdot x + 17/2$$

2) Schnittpunkt bestimmen:

$$f(x) = g(x)$$

$$1/3x - 7 = -4/5x + 3 \quad | +4/5x + 7$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{4}{5}\right)x = 10$$

$$\frac{17}{15}x = 10 \quad | \cdot \frac{15}{17} \quad \text{oder} : \frac{17}{15}$$

$$x = \frac{150}{17}$$

In die Gleichung von f oder g einsetzen:

$$y = f\left(\frac{150}{17}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{150}{17} - 7 = -\frac{69}{17}$$

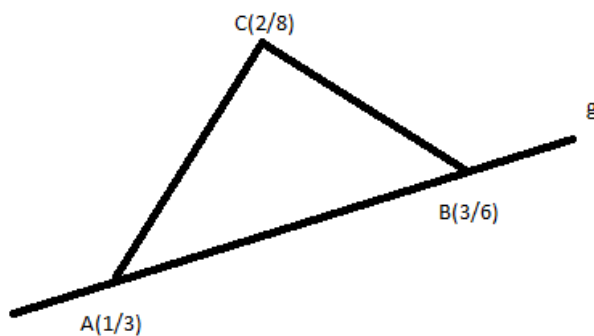
Schnittpunkt ist S(150/17; -69/17) oder S(8 14/17; -4 1/17) (gemischte Zahlen) oder gerundet: S(8,82; -4,06)

Schnittwinkel: $\alpha_f = \tan^{-1}(1/3) \approx 18,43^\circ$ (Neigungswinkel von f)
 $\alpha_g = \tan^{-1}(-4/5) \approx -38,66^\circ$ (Neigungswinkel von g)

Schnittwinkel: $\alpha = \alpha_f - \alpha_g \approx 57,09^\circ$

Schnittwinkel = größerer minus kleinerer Neigungswinkel (wenn sich ein $\alpha > 90^\circ$ ergibt, z.B.
 $\alpha = 108^\circ \Rightarrow$ Schnittwinkel = $180^\circ - \alpha = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$)

3) Skizze:



(1) Wir bestimmen die Geradengleichung der Gerade durch A(1; 3) und B(3; 6):

$A(1;3) = A(x_1; y_1)$ und $B(3; 6) = B(x_2; y_2)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{3 - 1} = \frac{3}{2}$$

$$g(x) = 3/2 \cdot x + b$$

A einsetzen:

$$g(1) = 3/2 \cdot 1 + b = 3 \quad | - 3/2$$

$$b = 3/2$$

$$g(x) = 3/2 \cdot x + 3/2$$

(2) Abstand c von g:

Wir müssten die Gleichung der orthogonalen Geraden h zu g bestimmen, die durch C verläuft. Danach muss der Schnittpunkt S der beiden Geraden bestimmt werden, womit sich der Punkt auf g mit dem kürzesten Abstand zu C ergibt. Die Höhe auf c ergibt sich dann durch den Abstand des Schnittpunktes S zu C:

$$m_g = 3/2 \Rightarrow m_h = -1/m_g = -2/3$$

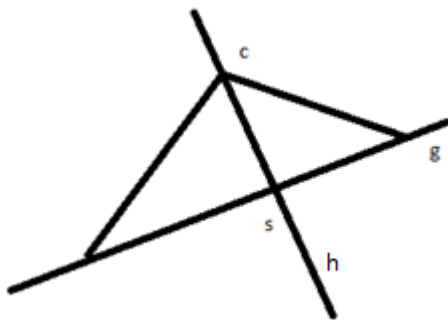
$$h(x) = -2/3x + b$$

Wir setzen den Punkt C(2; 8) ein und bestimmen b:

$$h(2) = -\frac{2}{3} \cdot 2 + b = 8$$

$$b = 8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3}$$

$$\text{Also: } h(x) = -2/3 \cdot x + 28/3$$



(3) Schnittpunkt S von g und h:

$$h(x) = g(x)$$

Es ergibt sich: $x = 47/13$, was z.B. in g eingesetzt werden kann: $y = g(47/13) = 90/13$

Abstand von S(47/13; 90/13) und C(2; 8)

$$(x_1 \ ; \ y_1) \quad (x_2; y_2)$$

$$h = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{\left(2 - \frac{47}{13}\right)^2 + \left(8 - \frac{90}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{13}} \approx 1,941$$

$$\text{Abstand A zu B: } c = \sqrt{(3 - 1)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{13} \approx 3,6056$$

$$\text{Fläche: } A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h = 3,5 \text{ (FE)}$$

$$4) f(x) = 3/8x - 1/7$$

a) Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$3/8x = 1/7 \quad | \cdot 8/3$$

$x = 8/21$ ist Nullstelle \Rightarrow Schnittpunkt x-Achse: N(8/21; 0)

b) Schnittpunkt y-Achse: $S_y(0; -1/7)$, da $f(0) = -1/7$ bzw. $b = -1/7$

$$c) \alpha = \tan^{-1}(3/8) \approx 20,56^\circ$$