# Schnittpunkte von Geraden und Parabeln

Gesucht werden die Schnittpunkte folgender Funktionen:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$
$g(x) = 2x + 2$

b) $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$
$g(x) = -2x - 2$

c) $f(x) = -1/2 \cdot x^2 - 2x$
$g(x) = 2x + 8$

d) $f(x) = x^2 - 4x + 4$
$g(x) = -2x + 1$

# Lösung

a) $$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 2x + 2 \qquad |-2x-2$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Oben haben wir die Gleichung auf die Form $x^2 + p \cdot x + q = 0$ gebracht, damit wir die p-q-Formel anwenden können.

$$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4+5}$$

$$= 2 \pm 3$$

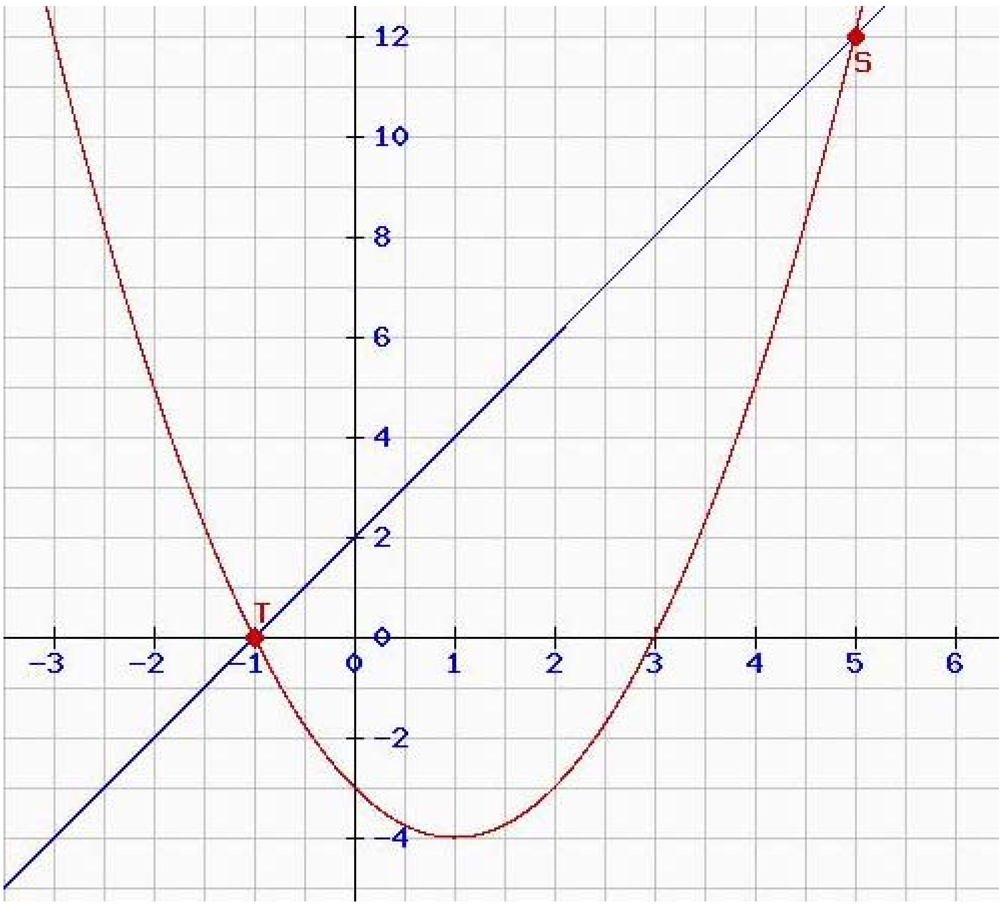
$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -1$$

Nun werden die y-Werte berechnet. Dazu können wir in f oder g einsetzen. Wir setzen in g ein (dies ist einfacher).

$$y_1 = g(5) = 12 \quad \Rightarrow \quad S(5; 12)$$

$$y_2 = g(-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad T(-1; 0)$$



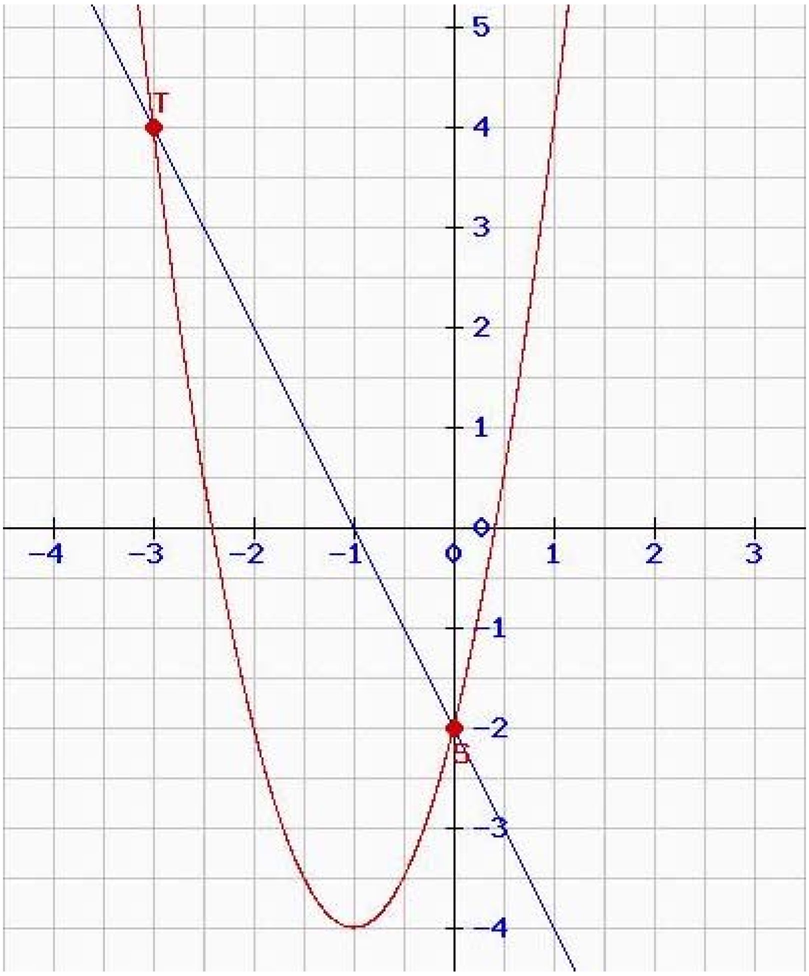
b) $f(x) = g(x)$

$$2x^2 + 4x - 2 = -2x - 2 \quad |+2x + 2$$
$$2x^2 + 6x = 0 \quad |:2$$
$$x^2 + 3x = 0$$

Diese Gleichung kann man ohne p-q-Formel schneller lösen (mit der p-q-Formel wäre $p = 3$ und $q = 0$). Es wird x ausgeklammert:

$x \cdot (x + 3) = 0$ , hier ist $x_1 = 0$ und $x_2 = -3$ (denn hierfür wird $x+3 = 0$).

$$y_1 = g(0) = -2 \quad \Rightarrow S(0;\ -2)$$
$$y_2 = g(-3) = 4 \quad \Rightarrow T(-3; 4)$$



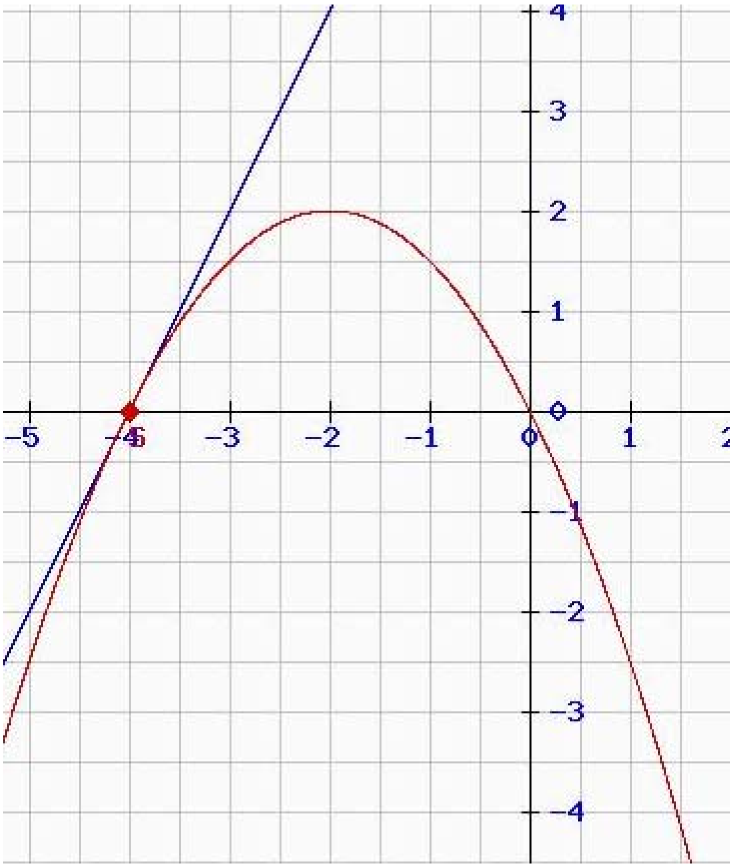

c) $f(x) = g(x)$

$$-1/2x^2 - 2x = 2x + 8 \quad |-2x - 8$$
$$-1/2x^2 - 4x - 8 = 0 \quad |:(-1/2)\ \text{ oder } \cdot(-2)$$
$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$x_{1/2} = -4 \pm \sqrt{16 - 16}$$
$$= -4$$

Nur ein Schnittpunkt ➔ Berührpunkt (die Gerade g ist eine Tangente an die Parabel f).

$y = g(-4) = 0 \;\Rightarrow\; S(-4; 0)$




d) $\qquad f(x) = g(x)$

$x^2 - 4x + 4 = -2x + 1 \qquad |+2x-1$

$x^2 - 2x + 3 = 0$

$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1-3}$

$= 1 \pm \sqrt{-2}$ die obige Gleichung hat keine Lösung (negative Zahl unter der Wurzel).

⇒ Es existiert kein Schnittpunkt.