

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten – zum Einstieg

1) Gleichsetzungsverfahren

a) $y = 4x - 2$
 $y = 2x + 8$

b) $y = 2x + 4$
 $y = 6x + 2$

c) $y = 5x + 9$
 $y = 4x - 3$

d) $y = -2x - 2$
 $y = 6x + 2$

e) $4y = -x - 2$
 $4y = 2x - 8$

2) Einsetzungsverfahren

a) $3x - 4y = 2$
 $y = x - 4$

b) $2x - y = 2$
 $y = x - 2$

c) $2x - 3y = 1$
 $x = 3y - 1$

d) $2x + 5y = 2$
 $y = 2x + 2$

3) Additionsverfahren/Subtraktionsverfahren

a) $2x - 3y = 4$
 $-2x + y = 8$

b) $-x + y = -3$
 $2x + 6y = -2$

c) $3x - 5y = -2$
 $2x + 3y = 5$

d) $5x - 4y = -3$
 $2x - 2y = -2$

Lösung:

1) a) Wir lösen a) ausführlich:

$$y = 4x - 2$$

$$y = 2x + 8$$

$$4x - 2 = 2x + 8 \quad | -2x$$

$$2x - 2 = 8 \quad | +2$$

$$2x = 10 \quad | :2$$

$$x = 5 \text{ in (1): } y = 4 \cdot 5 - 2 = 18$$

Also: $x = 5; y = 18; L = \{(5; 18)\}$

b) $x = 1/2 = 0,5; y = 5; L = \{(1/2; 5)\}$

c) $x = -12; y = -51; L = \{(-12; -51)\}$

d) $x = -1/2 = -0,5; y = -1; L = \{(-1/2; -1)\}$

e) Wir lösen e) ausführlich:

$$4y = -x - 2$$

$$4y = 2x - 8$$

Man muss nicht unbedingt komplett nach y auflösen, man kann auch hier direkt gleichsetzen, denn die linke Seite jeder Gleichung ist identisch.

$$-x - 2 = 2x - 8 \quad | -2x$$

$$-3x - 2 = -8 \quad | +2$$

$$-3x = -6 \quad | :(-3)$$

$$x = 2$$

In (1) einsetzen: $4y = -2 - 2$

$$4y = -4 \quad | :4$$

$$y = -1, \text{ als } L = \{(2; -1)\}$$

Diesen Trick kann man immer auch anwenden, wenn man beim kompletten Auflösen nach x oder y einen zu großen Aufwand hätte. Z.B. kann man auch bei

(1) $3y = x + 2$

(2) $5y = 2x + 3$

(1) mit 5 multiplizieren ($5 \cdot (1): 15y = 5x + 10$) und (2) mit 3 ($3 \cdot (2): 15y = 6x + 9$) und dann gleichsetzen, denn sonst müsste man (1) durch 3 dividieren ($(1)/3: y = 1/3x + 2/3$) und (2) durch 5 dividieren ($(2)/5: y = 2/5x + 3/5$). Hier wäre dann $x = 1$ und $y = 1$.

2) a) Wir lösen a) ausführlich:

$$(1) 3x - 4y = 2$$

$$(2) y = x - 4$$

(2) in (1) einsetzen:

$$3x - 4 \cdot (x - 4) = 2 \quad \text{Klammer nicht vergessen!}$$

$$3x - 4x + 16 = 2$$

$$-x + 16 = 2 \quad | -16$$

$$-x = -14 \quad | :(-1)$$

$$x = 14$$

$$\text{In (2): } y = 14 - 4 = 10$$

$$x = 14; y = 10; L = \{(14; 10)\}$$

$$\text{b) } x = 0; y = -2; L = \{(0; -2)\}$$

$$\text{c) } x = 2; y = 1; L = \{(2; 1)\}$$

$$\text{d) } x = -2/3; y = 2/3; L = \{-2/3; 2/3\}$$

3) a) Wir lösen a) ausführlich:

$$(1) 2x - 3y = 4$$

$$(2) -2x + y = 8$$

$$\begin{array}{r} + \\ \hline -2y = 12 \quad | :(-2) \end{array}$$

$$y = -6$$

in (2):

$$-2x + (-6) = 8$$

$$-2x - 6 = 8 \quad | +6$$

$$-2x = 14 \quad | :(-2)$$

$$x = -7$$

$$x = -7; y = -6; L = \{(-7; -6)\}$$

b) Wir lösen b) ausführlich:

$$(1) -x + y = -3$$

$$(2) 2x + 6y = -2$$

$$2 \cdot (1) \quad -2x + 2y = -6$$

$$(2) \quad 2x + 6y = -2$$

$$\begin{array}{r} \\ \end{array} \begin{array}{r} -2x + 2y = -6 \\ 2x + 6y = -2 \\ \hline 8y = -8 \end{array} \quad | : 8$$

$$y = -1$$

$$\text{in (2):} \quad 2x - 6 = -2 \quad | +6$$

$$2x = 4 \quad | : 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2; y = -1; L = \{(2; -1)\}$$

c) Wir lösen c) ausführlich:

$$(1) 3x - 5y = -2$$

$$(2) 2x + 3y = 5$$

$$-2 \cdot (1) \quad -6x + 10y = 4$$

$$3 \cdot (2) \quad 6x + 9y = 15$$

$$\begin{array}{r} -2 \cdot (1) \\ 3 \cdot (2) \end{array} \begin{array}{r} -6x + 10y = 4 \\ 6x + 9y = 15 \\ \hline 19y = 19 \end{array} \quad | : 19$$

$$y = 1$$

$$y = 1 \text{ in (2):}$$

$$2x + 3 = 5 \quad | -3$$

$$2x = 2 \quad | : 2$$

$$x = 1$$

$$x = 1; y = 1; L = \{(1; 1)\}$$

$$\text{d) } x = 1; y = 2; L = \{(1; 2)\}$$

(Wir haben hier mit -2 multipliziert, damit können wir das Additionsverfahren anwenden, sonst hätte man das Subtraktionsverfahren anwenden müssen.)