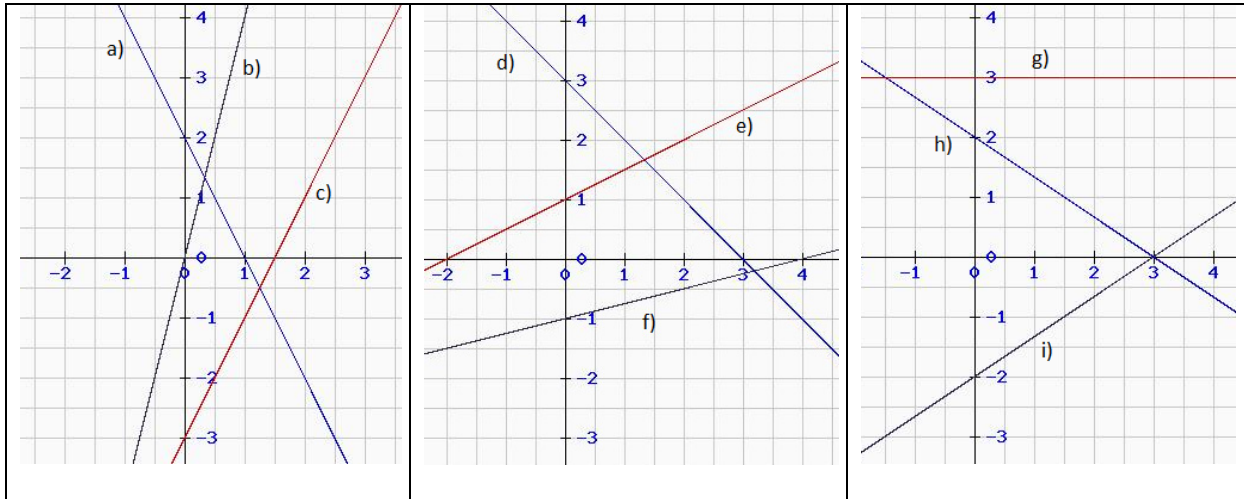


Aufgaben zu Geraden

1) Gegeben ist die Gleichung einer Geraden $f(x) = mx + b$. Gesucht wird m und b .

- a) $f(x) = 2x - 3$ b) $f(x) = -4x + 5$ c) $f(x) = 2$ d) $f(x) = 3x$

2) Wie lautet die Gleichung der Geraden und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen?



3) Liegt der Punkt P auf der Geraden f ?

- a) $f(x) = 2x - 6$ und $P(4; 2)$. b) $f(x) = -x + 6$ und $P(-5; 1)$. c) $f(x) = 4x + 1$ und $P(1/2; 3)$.
 d) $f(x) = 3/4x + 5$ und $P(8; 11)$. e) $f(x) = 2/3x - 1/3$ und $P(2; 4)$. f) $f(x) = 7/5$ und $P(1/5; 7/5)$.

4) Gegeben ist die Gleichung einer Geraden $f(x) = mx + b$. Gesucht werden die Nullstelle und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

- a) $f(x) = 2x - 4$ b) $f(x) = -2x + 3$ c) $f(x) = 1/4x - 3$ d) $f(x) = 4/3x - 6$

5) Gegeben sind die Steigung m und eine Punkt der Geraden. Wie lautet die Gleichung der Geraden?

- a) $m = 2$ und $P(4; 5)$. b) $m = -3$ und $P(2; -1)$. c) $m = 1$ und $P(-3; 2)$.
 d) $m = 1/4$ und $P(-2; 1)$. e) $m = 2/3$ und $P(2; 1)$. f) $m = 0$ und $P(4; 3)$.

6) Gegeben sind zwei Punkt. Wie lautet die Gleichung der Geraden?

- a) $P(1; 3)$ und $Q(3; 7)$. b) $P(2; 5)$ und $Q(5; -1)$. c) $P(-1; 2)$ und $Q(2; 11)$.
 d) $P(-2; -4)$ und $Q(1; 2)$. e) $P(-5; 1)$ und $Q(0; 4)$. f) $P(-3; 5)$ und $Q(3; 1)$.

7) Gesucht wird der Schnittpunkt der Geraden f und g .

- a) $f(x) = 4x - 3$ und $g(x) = 2x + 1$. b) $f(x) = -2x + 4$ und $g(x) = x - 2$.
 c) $f(x) = 3x + 5$ und $g(x) = -2x + 8$. d) $f(x) = 3/4x + 1$ und $g(x) = 1/2x - 3$.
 e) $f(x) = -1/3x + 5$ und $g(x) = -1$. f) $f(x) = 0,5x - 1$ und $g(x) = 0,5x + 5$.

8) Gegeben ist die Gerade f . Gesucht wird eine zu f parallele Gerade, die durch den Punkt P verläuft.

- a) $f(x) = 2x + 5$ und $P(4; 3)$. b) $f(x) = -4x + 1$ und $P(-2; 3)$. c) $f(x) = 1/3x + 5$ und $P(2; -1)$.

9) Liegen die drei Punkte $P(-2; 8)$, $Q(2; 0)$ und $R(1; 4)$ auf einer Geraden?

10) Gegeben ist die Gerade f , gesucht wird die fehlende Komponente des Punktes P und Q .

- a) $f(x) = 3x + 4$ und $P(5; _)$, $Q(_; 10)$. b) $f(x) = -2x + 1$ und $P(-3; _)$, $Q(_; 8)$.
 c) $f(x) = -1/2x + 3$ und $P(4; _)$, $Q(_; 5/2)$. d) $f(x) = 2/3x - 2$ und $P(4; _)$, $Q(_; 1)$.

11) Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x + 8$. Es soll die folgende Wertetabelle vervollständigt werden:

| | | | | | |
|------|---|---|------|----|-----|
| x | 0 | 5 | 14,5 | | |
| f(x) | | | | 17 | -10 |

12) Gegeben sind der Achsenabschnitt b und ein Punkt der Geraden. Gesucht wird die Steigung m .

- a) $b = 1$ und $P(2; 6)$. b) $b = 8$ und $P(3; 2)$. c) $b = -2$ und $P(-3; -1/2)$. d) $b = 3$ und $P(-3; 1)$.

13) In einem Schwimmbecken befinden sich 15 Liter Wasser und jede Sekunde fließen 2 Liter hinzu.

- a) Wie lautet die Gleichung, die der Zeit (in Sekunden) die Wassermenge (in Litern) zuordnet?
 b) Wieviel Liter befinden sich nach 22 Sekunden im Becken?
 c) Wann befinden sich 227 Liter im Becken?

14) Eine Kerze ist 30 cm lang und pro Stunde wird diese um 4 cm kürzer.

- a) Wie lautet die Gleichung, die der Brenndauer (in Stunden) die Kerzenhöhe (in cm) zuordnet?
 b) Wie lange ist diese Kerze nach 4 Stunden?
 c) Wann ist die Kerze komplett aufgebraucht?

15) Ein Ballon befindet sich in einer Höhe von 800 m. 8 Minuten später befindet sich der Ballon in einer Höhe von 640 m. Wir nehmen an, dass sich der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe mit einer Geraden beschreiben lässt.

Wie lautet die Gleichung, die der Flugzeit (in Minuten) die Höhe (in m) zuordnet?

16) Wir betrachten zwei Züge A und B. Zug A startet im Bahnhof X und fährt zum Bahnhof Y mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h und Zug B fährt umgekehrt vom Bahnhof Y zum Bahnhof X mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h. Die beiden Bahnhöfe X und Y sind 390 km entfernt und beide Züge fahren gleichzeitig los. Wann begegnen sich beide Züge, die dieselbe Strecke fahren?

Lösungen:

1) Gegeben ist die Gleichung einer Geraden $f(x) = mx + b$. Gesucht wird m und b .

a) $f(x) = 2x - 3$, hier ist $m = 2$ und $b = -3$.

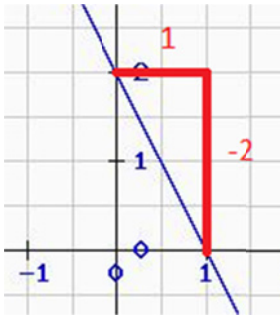
b) $f(x) = -4x + 5$, hier ist $m = -4$ und $b = 5$.

c) $f(x) = 2$, hier ist $m = 0$ und $b = 2$.

d) $f(x) = 3x$, hier ist $m = 3$ und $b = 0$.

2) Wie lautet die Gleichung der Geraden?

a) $f(x) = -2x + 2$, denn die Gerade schneidet bei $y = 2$ (womit $b = 2$ ist) die y -Achse und beim Steigungsdreieck (siehe unten) geht wir 1 nach rechts und 2 nach unten, womit $m = -2$ ist.



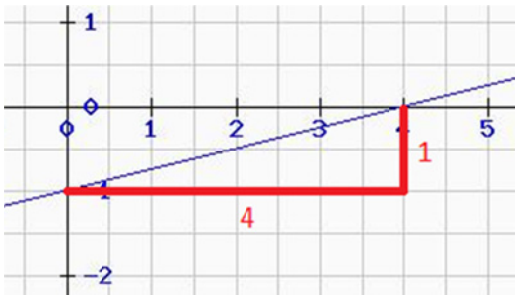
b) $f(x) = 4x$

c) $f(x) = 2x - 3$

d) $f(x) = -x + 3$

e) $f(x) = 0,5x + 1 = 1/2x + 1$

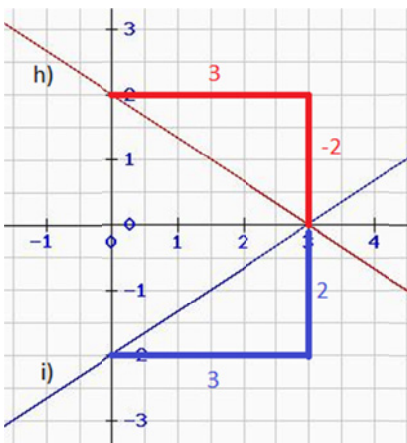
f) $f(x) = 1/4x - 1$, denn die Gerade schneidet bei $y = -1$ die y -Achse und beim Steigungsdreieck gehen wir 4 nach rechts (Nenner der Steigung) und 1 nach oben (Zähler der Steigung), womit $m = 1/4$ ist.



g) $f(x) = 3$

h) $f(x) = -2/3x + 2$, denn die Gerade schneidet bei $y = 2$ die y -Achse. Beim Steigungsdreieck gehen wir 3 nach rechts (Nenner der Steigung) und 2 nach unten (Zähler der Steigung ist -2), womit $m = -2/3$ ist.

i) $f(x) = 2/3x - 2$



Zu den Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen (S_y ist der Schnittpunkt mit der y-Achse und N ist der Schnittpunkt mit der x-Achse):

- a) $S_y(0; 2)$, $N(1; 0)$ b) $S_y(0; 0)$, $N(0; 0)$ c) $S_y(0; -3)$, $N(1,5; 0)$ d) $S_y(0; 3)$, $N(3; 0)$
 e) $S_y(0; 1)$, $N(-2; 0)$ f) $S_y(0; -1)$, $N(4; 0)$ g) $S_y(0; 3)$ h) $S_y(0; 2)$, $N(3; 0)$
 i) $S_y(0; -2)$, $N(3; 0)$

3) Liegt der Punkt P auf der Geraden f?

- a) $f(x) = 2x - 6$ und $P(4; 2)$. $f(4) = 2 \cdot 4 - 6 = 8 - 6 = 2$, also **ja**. Oder $2 = 2 \cdot 4 - 6$, womit $2 = 2$.
 b) $f(x) = -x + 6$ und $P(-5; 1)$. $f(-5) = -(-5) + 6 = 5 + 6 = 11$, also **nein**. Oder $1 = -(-5) + 6 = 11$ ist falsch.
 c) $f(x) = 4x + 1$ und $P(1/2; 3)$. $f(1/2) = 4 \cdot 1/2 + 1 = 2 + 1 = 3$, also **ja**.
 d) $f(x) = 3/4x + 5$ und $P(8; 11)$. $f(8) = 3/4 \cdot 8 + 5 = 6 + 5 = 11$, also **ja**.
 e) $f(x) = 2/3x - 1/3$ und $P(2; 4)$. $f(2) = 2/3 \cdot 2 - 1/3 = 4/3 - 1/3 = 3/3 = 1$, also **nein**.
 f) $f(x) = 7/5$ und $P(1/5; 7/5)$. $f(1/5) = 7/5$, denn $f(x)$ ist für alle x immer gleich $7/5$, also **ja**.

4) Gegeben ist die Gleichung einer Geraden $f(x) = mx + b$. Gesucht werden die Nullstelle und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

a) $f(x) = 2x - 4$. Für die Nullstelle muss die Gleichung auf 0 gesetzt werden ($f(x) = 0$):

$$\begin{array}{rcl} 2x - 4 = 0 & | + 4 & \\ 2x = 4 & | :2 & \\ x = 2 & & \end{array}$$

Damit ist $x = 2$ die Nullstelle und der Schnittpunkt mit der x-Achse ist somit $N(2; 0)$

Der Schnittpunkt mit der y-Achse ist b , also hier -4 , womit der Schnittpunkt mit der y-Achse $S_y(0; -4)$ ist. Allgemein ergibt sich der Schnittpunkt mit der y-Achse durch $S_y(0; f(0))$.

b) $f(x) = -2x + 3$. Nullstelle ist $x = 1,5$ und damit ist $N(1,5; 0)$ der Schnittpunkt mit der x-Achse. Schnittpunkt mit der y-Achse ist $S_y(0; 3)$.

c) $f(x) = 1/4x - 3$. Nullstelle ist $x = 12$, denn

$$\begin{array}{rcl} 1/4x - 3 = 0 & | + 3 & \\ 1/4x = 3 & | : (1/4) \text{ bzw. } \cdot 4 & \\ x = 12 & & \end{array}$$

Damit ist $N(12; 0)$ der Schnittpunkt mit der x-Achse und $S_y(0; -3)$ der mit der y-Achse.

d) $f(x) = 4/3x - 6$. Nullstelle ist $x = 9/2 = 4,5$. Wir erhalten $N(4,5; 0)$ und $S_y(0; -6)$.

5) Gegeben sind die Steigung m und eine Punkt der Geraden. Wie lautet die Gleichung der Geraden?

a) $m = 2$ und $P(4; 5)$. Damit ist $f(x) = 2x + b$.

$$\begin{array}{rcl} P \text{ einsetzen ergibt: } (1) & 2 \cdot 4 + b = 5, \text{ also } 8 + b = 5 & | - 8 \\ & & b = -3 \end{array}$$

Damit ist $b = -3$ und $f(x) = 2x - 3$.

Alternativ könnte auch die Punkt-Steigungsform verwendet werden: $f(x) = m(x - x_1) + y_1$

Setzen wir hier P ein (also $x_1 = 4$ und $y_1 = 5$) und $m = 2$, erhalten wir: $f(x) = 2(x - 4) + 5 = 2x - 8 + 5$, also $f(x) = 2x - 3$.

Bemerkung: Bei Gleichung (1) können natürlich – wie immer – auch beide Seiten vertauscht werden.

b) $m = -3$ und $P(2; -1)$. $f(x) = -3x + b$. P einsetzen ergibt $-3 \cdot 2 + b = -1$, also $-6 + b = -1$, womit $b = 5$ ist und $f(x) = -3x + 5$.

- c) $m = 1$ und $P(-3; 2)$. $f(x) = x + b$. P einsetzen ergibt $-3 + b = 2$, womit $b = 5$ ist und $f(x) = x + 5$.
- d) $m = 1/4$ und $P(-2; 1)$. $f(x) = 1/4x + b$. P einsetzen ergibt $1/4 \cdot (-2) + b = 1$, also $-1/2 + b = 1$, womit $b = 3/2$ ist und $f(x) = 1/4x + 3/2$.
- e) $m = 2/3$ und $P(2; 1)$. $f(x) = 2/3x + b$. P einsetzen ergibt $2/3 \cdot 2 + b = 1$, also $4/3 + b = 1$, womit $b = -1/3$ ist und $f(x) = 2/3x - 1/3$.
- f) $m = 0$ und $P(4; 3)$. Damit ist $f(x) = b$. P einsetzen ergibt $b = 3$ und $f(x) = 3$.

6) Gegeben sind zwei Punkt. Wie lautet die Gleichung der Geraden?

a) $P(1; 3)$ und $Q(3; 7)$. Mit $P(x_1; y_1)$ und $Q(x_2; y_2)$ erhalten wir die Steigung m durch

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2.$$

Jetzt haben wir die Steigung und sogar 2 Punkte, von denen wir nur einen benötigen um b zu berechnen. Die Vorgehensweise ist jetzt wie bei 5):

$f(x) = 2x + b$, P einsetzen ergibt $2 \cdot 1 + b = 3$, also $2 + b = 3$ und damit $b = 1$: $f(x) = 2x + 1$

Wir hätten auch wieder die Punkt-Steigungsform verwenden können: $f(x) = m(x - x_1) + y_1$

b) $P(2; 5)$ und $Q(5; -1)$. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 5}{5 - 2} = \frac{-6}{3} = -2$. Also $f(x) = -2x + b$. P einsetzen ergibt $-2 \cdot 2 + b = 5$, womit $-4 + b = 5$ und somit $b = 9$ ist: $f(x) = -2x + 9$

c) $P(-1; 2)$ und $Q(2; 11)$. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 2}{2 - (-1)} = \frac{9}{3} = 3$. Also $f(x) = 3x + b$. P einsetzen ergibt $3 \cdot (-1) + b = 2$, womit $-3 + b = 2$ und somit $b = 5$ ist: $f(x) = 3x + 5$

d) $P(-2; -4)$ und $Q(1; 2)$. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{1 - (-2)} = \frac{6}{3} = 2$. Also $f(x) = 2x + b$. P einsetzen ergibt $2 \cdot (-2) + b = -4$, womit $-4 + b = -4$ und somit $b = 0$ ist: $f(x) = 2x$

e) $P(-5; 1)$ und $Q(0; 4)$. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{0 - (-5)} = \frac{3}{5} = 0,6$. Also $f(x) = 0,6x + b$. P einsetzen ergibt $0,6 \cdot (-5) + b = 1$, womit $-3 + b = 1$ und somit $b = 4$ ist: $f(x) = 0,6x + 4$
Mit $Q(0; 4)$ hätte b nicht berechnet werden müssen.

f) $P(-3; 5)$ und $Q(3; 1)$. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 5}{3 - (-3)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$. Also $f(x) = -2/3x + b$. P einsetzen ergibt $-2/3 \cdot (-3) + b = 5$, womit $2 + b = 5$ und somit $b = 3$ ist: $f(x) = -2/3x + 3$

7) Gesucht wird der Schnittpunkt der Geraden f und g .

a) $f(x) = 4x - 3$ und $g(x) = 2x + 1$. Wir setzen die beiden Funktionsgleichungen gleich:

$$f(x) = g(x)$$

$$4x - 3 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$2x - 3 = 1 \quad | +3$$

$$2x = 4 \quad | :2$$

$$x = 2$$

Dies können wir in f oder g einsetzen, um den y -Wert des Schnittpunktes zu erhalten:

Wir wählen g : $g(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$, womit $S(2; 5)$ der Schnittpunkt ist.

b) $f(x) = -2x + 4$ und $g(x) = x - 2$. Wir setzen die beiden Funktionsgleichungen gleich:

$$f(x) = g(x)$$

$$-2x + 4 = x - 2 \quad | -x$$

$$-3x + 4 = -2 \quad | -4$$

$$-3x = -6 \quad | :(-3)$$

$$x = 2$$

$g(2) = 2 - 2 = 0$, womit $S(2; 0)$ der Schnittpunkt ist.

c) $f(x) = 3x + 5$ und $g(x) = -2x + 8$. Hier ergibt sich $S(0,6; 6,8)$.

d) $f(x) = 3/4x + 1$ und $g(x) = 1/2x - 3$. Wir setzen die beiden Funktionsgleichungen gleich:

$$f(x) = g(x)$$

$$3/4x + 1 = 1/2x - 3 \quad | -1/2x \quad (\text{Nebenrechnung: } 3/4 - 1/2 = 3/4 - 2/4 = 1/4)$$

$$1/4x + 1 = -3 \quad | -1$$

$$1/4x = -4 \quad | :1/4 \text{ bzw. } \cdot 4$$

$$x = -16$$

$f(-16) = 3/4 \cdot (-16) + 1 = -12 + 1 = -11$, womit $S(-16; -11)$ der Schnittpunkt ist.

e) $f(x) = -1/3x + 5$ und $g(x) = -1$. Es ergibt sich $S(18; -1)$. Der y -Wert ergibt sich hier direkt durch g .

f) $f(x) = 0,5x - 1$ und $g(x) = 0,5x + 5$. Beide Geraden sind parallel und nicht identisch, womit es keinen Schnittpunkt gibt. Gleichsetzen würde $-1 = 5$ ergeben, also ein Widerspruch und kein Schnittpunkt.

8) Gegeben ist die Gerade f . Gesucht wird eine zu f parallele Gerade, die durch den Punkt P verläuft.

a) $f(x) = 2x + 5$ und $P(4; 3)$.

$g(x) = 2x + b$, denn g muss als zu f parallele Gerade dieselbe Steigung haben wie f .

Nun können wir P einsetzen (oder die Punkt-Steigungsform verwenden, analog zu 5)).

$g(4) = 2 \cdot 4 + b = 3$, also $8 + b = 3$, womit $b = -5$ ist und $g(x) = 2x - 5$.

b) $f(x) = -4x + 1$ und $P(-2; 3)$. Es ergibt sich $g(x) = -4x - 5$.

c) $f(x) = 1/3x + 5$ und $P(2; -1)$. Es ergibt sich $g(x) = 1/3x - 5/3$.

9) Liegen die drei Punkte $P(-2; 8)$, $Q(2; 0)$ und $R(1; 4)$ auf einer Geraden?

Wir wählen zwei Punkte aus, z.B. P und Q und stellen wie bei Aufgabe 6) die Geradengleichung auf.

Danach prüfen wir, ob R auch die Gleichung erfüllt, wie bei Aufgabe 3):

$(-2; 8) = (x_1; y_1)$ und $(2; 0) = (x_2; y_2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 8}{2 - (-2)} = \frac{-8}{4} = -2.$$

Also $f(x) = -2x + b$. P einsetzen ergibt $-2 \cdot (-2) + b = 8$, womit $4 + b = 8$ und somit $b = 4$ ist: $f(x) = -2x + 4$

Wir setzen den x -Wert von R in f ein: $f(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2 \neq 4$, womit R nicht auf derselben Gerade liegt.

Die drei Punkte liegen also nicht auf einer Geraden.

10) Gegeben ist die Gerade f , gesucht wird die fehlende Komponente des Punktes P und Q .

a) $f(x) = 3x + 4$ und $P(5; _)$, $Q(_; 10)$.

Mit P ist $x = 5$: $f(5) = 3 \cdot 5 + 4 = 15 + 4 = 19$, also ist $P(5; 19)$.

Mit Q ist $y = 10$: $3x + 4 = 10$, womit sich $3x = 6$ ergibt und $x = 2$, also ist $Q(2; 10)$.

b) $f(x) = -2x + 1$ und $P(-3; \underline{\quad})$, $Q(\underline{\quad}; 8)$.

Mit P ist $x = -3$: $f(-3) = -2 \cdot (-3) + 1 = 6 + 1 = 7$, also ist $P(-3; 7)$.

Mit Q ist $y = 8$: $-2x + 1 = 8$, womit sich $-2x = 7$ ergibt und $x = -3,5$ also ist $Q(-3,5; 8)$.

c) $f(x) = -1/2x + 3$ und $P(4; \underline{\quad})$, $Q(\underline{\quad}; 5/2)$.

Mit P ist $x = 4$: $f(4) = -1/2 \cdot 4 + 3 = -2 + 3 = 1$, also ist $P(4; 1)$.

Mit Q ist $y = 5/2$: $-1/2x + 3 = 5/2$, womit sich $-1/2x = -1/2$ ergibt und $x = 1$, also ist $Q(1; 5/2)$.

d) $f(x) = 2/3x - 2$ und $P(4; \underline{\quad})$, $Q(\underline{\quad}; 1)$.

Mit P ist $x = 4$: $f(4) = 2/3 \cdot 4 - 2 = 2/3$, also ist $P(4; 2/3)$.

Mit Q ist $y = 1$: $2/3x - 2 = 1$, womit sich $2/3x = 3$ ergibt und $x = 9/2 = 4,5$ also ist $Q(4,5; 1)$.

11) Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x + 8$. Es soll die folgende Wertetabelle vervollständigt werden:

| | | | | | |
|------|---|-----|------|------|-----|
| X | 0 | 5 | 14,5 | -9/4 | 9/2 |
| f(x) | 8 | -12 | -50 | 17 | -10 |

Diese Aufgabe wird analog zu 10) gelöst. Bei den ersten 3 Einträge ist x gegeben:

$f(0) = 8$, $f(5) = -4 \cdot 5 + 8 = -12$, $f(14,5) = -4 \cdot 14,5 + 8 = -50$.

Für die letzten 2 Einträge ist y bzw. der Funktionswert $f(x)$ gegeben:

$$\begin{array}{l} -4x + 8 = 17 \quad | -8 \\ -4x = 9 \quad | :(-4) \\ x = -9/4 = -2,25 \end{array}$$

$-4x + 8 = -10$ ergibt $x = 9/2 = 4,5$.

12) Gegeben sind der Achsenabschnitt b und ein Punkt der Geraden. Gesucht wird die Steigung m.

a) $b = 1$ und $P(2; 6)$. $f(x) = mx + 1$. P einsetzen ergibt $2m + 1 = 6$, womit $m = 2,5$ ist und $f(x) = 2,5x + 1$.

b) $b = 8$ und $P(3; 2)$. $f(x) = mx + 8$. P einsetzen ergibt $3m + 8 = 2$, womit $m = -2$ ist und $f(x) = -2x + 8$.

c) $b = -2$ und $P(-3; -1/2)$. $f(x) = mx - 2$. P einsetzen ergibt $-3m - 2 = -1/2$, womit $m = -1/2$ ist und $f(x) = -1/2x - 2$.

d) $b = 3$ und $P(-3; 1)$. $f(x) = mx + 3$. P einsetzen ergibt $-3m + 3 = 1$, womit $m = 2/3$ ist und $f(x) = 2/3x + 3$.

13) In einem Schwimmbecken befinden sich 15 Liter Wasser und jede Sekunde fließen 2 Liter hinzu.

a) Wie lautet die Gleichung, die der Zeit (in Sekunden) die Wassermenge (in Litern) zuordnet?

a) $f(x) = 2x + 15$.

b) Wieviel Liter befinden sich nach 22 Sekunden im Becken?

$f(22) = 2 \cdot 22 + 15 = 59$, womit es nach 22 Sekunden 59 Liter sind.

c) Wann befinden sich 227 Liter im Becken?

$2x + 15 = 227$ ergibt $x = 106$, womit es nach 106 Sekunden 227 Liter sind.

14) Eine Kerze ist 30 cm lang und pro Stunde wird diese um 4 cm kürzer.

a) Wie lautet die Gleichung, die der Brenndauer (in Stunden) die Kerzenhöhe (in cm) zuordnet?

$f(x) = -4x + 30$.

b) Wie lange ist diese Kerze nach 4 Stunden?

$f(4) = -4 \cdot 4 + 30 = 14$, womit die Kerze nach 4 Stunden noch 14 cm lang ist.

c) Wann ist die Kerze komplett aufgebraucht?

$-4x + 30 = 0$ ergibt $x = 7,5$. Damit ist nach 7,5 Stunden die Kerze aufgebraucht.

15) Ein Ballon befindet sich in einer Höhe von 800 m. 8 Minuten später befindet sich der Ballon in einer Höhe von 640 m. Wir nehmen an, dass sich der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe mit einer Geraden beschreiben lässt.

Wie lautet die Gleichung, die der Flugzeit (in Minuten) die Höhe (in m) zuordnet?

Hier haben wir praktisch zwei Punkte gegeben: $P(0; 800)$ und $Q(8; 640)$

Damit können wir in Aufgabe 6 die Gleichung bestimmen:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{640 - 800}{8 - 0} = \frac{-160}{8} = -20$. Damit ist $f(x) = -20x + b$. $b = 800$, da $P(0; 800)$ der Schnittpunkt mit der y -Achse ist (andernfalls hätten wir P oder Q einsetzen müssen). Also ist $f(x) = -20x + 800$.

16) Wir betrachten zwei Züge A und B. Zug A startet im Bahnhof X und fährt zum Bahnhof Y mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h und Zug B fährt umgekehrt vom Bahnhof Y zum Bahnhof X mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h. Die beiden Bahnhöfe X und Y sind 390 km entfernt und beide Züge fahren gleichzeitig los. Wann begegnen sich beide Züge, die dieselbe Strecke fahren?

Wir tragen auf der x -Achse die Zeit in Stunden und auf der y -Achse die Entfernung zum Bahnhof X in km auf. Dann ergibt sich bei Zug A für die Entfernung in km vom Bahnhof X nach x Stunden die Funktionsgleichung $f(x) = 50x$. Nach einer Stunde ist Zug A 50 km, nach 2 Stunden 100 km von Bahnhof X entfernt.

Zug B ist am Anfang 390 km zum Bahnhof X entfernt und die Entfernung verringert sich pro Stunde um 80 km: $g(x) = -80x + 390$

Wir müssen die Schnittstelle bestimmt, denn hier haben beide Züge dieselbe Entfernung zum Bahnhof X:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 50x &= -80x + 390 && | + 80x \\ 130x &= 390 && | :130 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Also nach 3 Stunden begegnen sich beide Züge.

