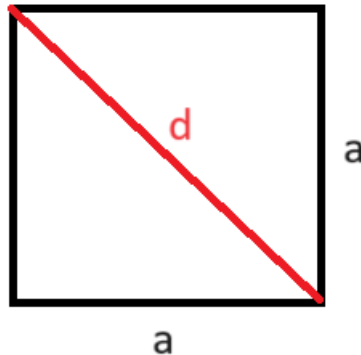


# Formeln für Flächen und Körper

<b>FLÄCHENBERECHNUNG.....</b>	<b>2</b>
QUADRAT.....	2
RECHTECK.....	3
PARALLELOGRAMM.....	3
DREIECK.....	4
GLEICHSCHENKLIGES DREIECK.....	5
GLEICHSEITIGES DREIECK.....	6
TRAPEZ.....	7
GLEICHSCHENKLIGES TRAPEZ (HIER GILT B = D).....	7
KREIS.....	8
KREISAUSSCHNITT.....	9
KREISRING.....	10
<b>VOLUMENBERECHNUNG.....</b>	<b>11</b>
WÜRFEL.....	11
QUADER.....	12
PRISMA.....	13
ZYLINDER.....	15
PYRAMIDE MIT QUADRATISCHER GRUNDFLÄCHE.....	16
PYRAMIDE MIT RECHTECKIGER GRUNDFLÄCHE.....	19
PYRAMIDENSTUMPF.....	20
REGELMÄßIGER TETRAEDER.....	21
KEGEL.....	22
KEGELSTUMPF.....	23
KUGEL.....	24
<b>HINWEISE ZU DEN EINHEITEN.....</b>	<b>25</b>
LÄGENEINHEITEN.....	25
FLÄCHENEINHEITEN.....	25
VOLUMENEINHEITEN.....	26

## Flächenberechnung

### Quadrat

**Formeln:**

Für die Fläche:  $A = a^2 = a \cdot a$

Für den Umfang:  $U = 4a$

Für die Länge der Diagonalen:  $d = a \cdot \sqrt{2}$  (Pythagoras:  $a^2 + a^2 = d^2$ )

**Bemerkung:**

Der Umfang einer Figur ergibt sich immer über die Summe der Längen aller Linien, die die Figur umgeben. Beim Quadrat gilt deshalb:  $U = a + a + a + a = 4a$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Quadrat.html>

Übungen zur Flächenberechnung findet man unter:

<http://www.mathe-total.de/Test-Flaeche>

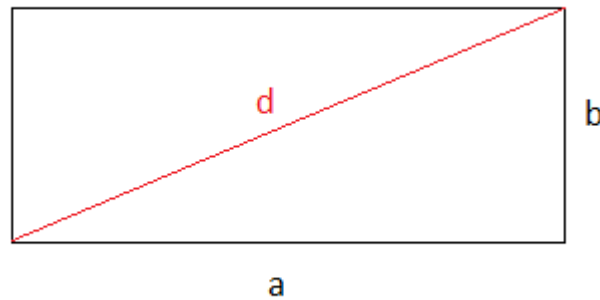
**Beispiel:**

Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von  $a = 10\text{cm}$ . Wie groß ist die Fläche  $A$  und wie groß der Umfang  $U$ ?

$$A = (10\text{cm})^2 = 100\text{cm}^2$$

$$U = 4a = 4 \cdot 10\text{cm} = 40\text{cm}$$

## Rechteck



### Formeln:

$$A = a \cdot b$$

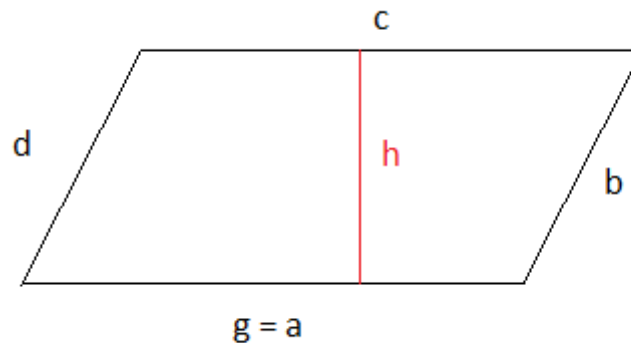
$$U = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ (Pythagoras)}$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Rechteck.html>

## Parallelogramm



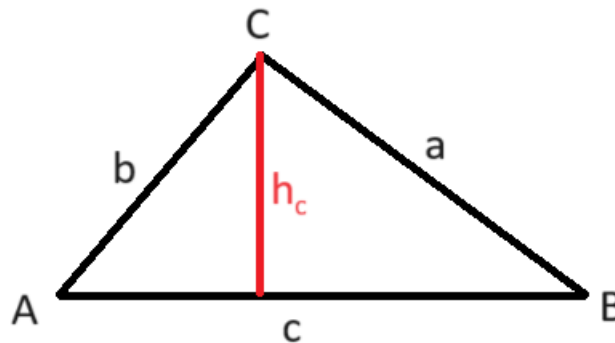
### Formel:

$$A = g \cdot h$$

Die Höhe (h) steht immer senkrecht auf der Grundseite (g), wie bei den Dreiecken. Der Umfang ist wieder die Summe über die Längen aller 4 Seiten. Da hier  $a = c$  und  $b = d$  gilt, ergibt sich der Umfang durch  $U = 2a + 2b$ .

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Parallelogramm.html>

**Dreieck****Formel:**

$$A = 1/2 \cdot c \cdot h_c = c \cdot h_c / 2$$

$$U = a + b + c$$

Oder allgemein:  $A = 1/2 \cdot g \cdot h$  (mit  $g$  = Grundseite)

**Bemerkung:**

Bei der Flächenformel oben wurde als Grundseite  $\overline{AB}$  ("Seite c") verwendet. Diese Formel könnte man auch analog für andere Grundseiten und deren Höhen formulieren, z.B.  $A = 1/2 \cdot b \cdot h_b$ . Ist ein Dreieck rechtwinklig, beispielsweise mit  $\gamma = 90^\circ$ , dann gilt auch  $A = 1/2 \cdot a \cdot b$ , da hier eine Kathete die Höhe auf der anderen ist.

Online kann man Dreiecksflächen unter der folgenden Adresse berechnen:

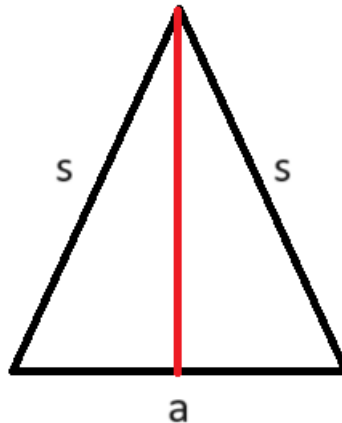
<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Dreieck.html>

**Beispiel:**

Gegeben ist  $c = 4\text{cm}$  und  $h_c = 5\text{cm}$ , gesucht wird  $A$ .

$$A = 4\text{cm} \cdot 5\text{cm} / 2 = 20\text{cm}^2 / 2 = 10\text{cm}^2$$

## Gleichschenkliges Dreieck



### Formeln:

$$h = \sqrt{s^2 - (a/2)^2} \quad (\text{Pythagoras: } (a/2)^2 + h^2 = s^2 \text{ bzw. } a^2/4 + h^2 = s^2)$$

$$A = a \cdot h / 2$$

$$U = a + 2s$$

Dabei ist die Länge der Basis gleich  $a$  und die der Schenkel gleich  $s$ .

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-gleichseitiges-gleichschenkliges-Dreieck.html>

### Beispiel:

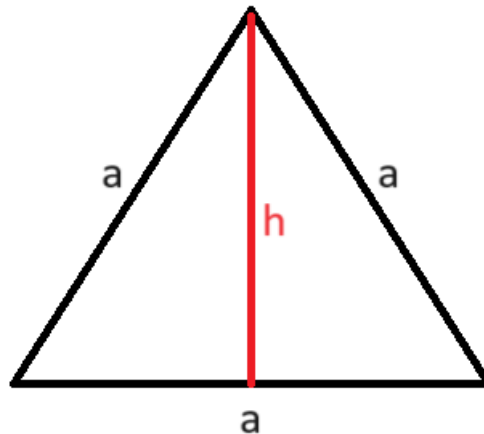
$a = 10\text{cm}$  und  $s = 13\text{cm}$ . Gesucht wird  $A$  und  $U$ .

$$h = \sqrt{s^2 - (a/2)^2} = \sqrt{(13\text{cm})^2 - (10\text{cm}/2)^2} = \sqrt{(13\text{cm})^2 - (5\text{cm})^2} = \sqrt{144\text{cm}^2} = 12\text{cm}$$

$$A = a \cdot h / 2 = 10\text{cm} \cdot 12\text{cm} / 2 = 60\text{cm}^2$$

$$U = a + 2s = 10\text{cm} + 2 \cdot 13\text{cm} = 36\text{cm}$$

## Gleichseitiges Dreieck

**Formeln:**

$$h = \sqrt{3} \cdot a/2$$

$$A = a \cdot h/2$$

$$U = 3a$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-gleichseitiges-gleichschenkliges-Dreieck.html>

**Beispiel:**

$a = 8\text{m}$ . Gesucht wird  $A$  und  $U$ .

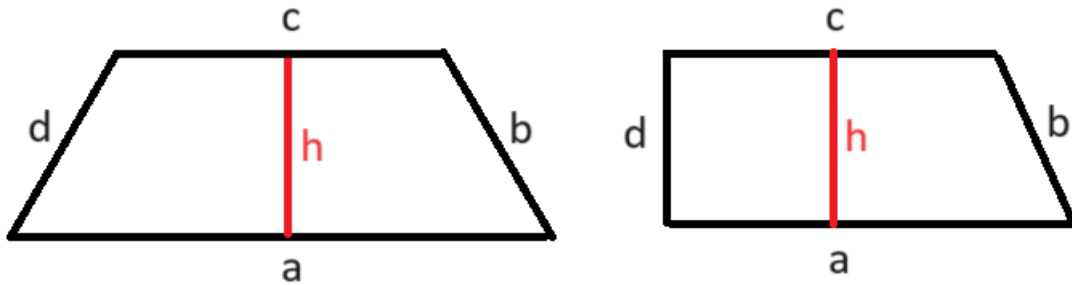
$$h = \sqrt{3} \cdot a/2 = \sqrt{3} \cdot 8\text{m} / 2 = \sqrt{3} \cdot 4\text{m} \approx 6,93\text{m}$$

$$A = a \cdot h/2 \approx 8\text{m} \cdot 6,93\text{m} / 2 = 27,72\text{m}^2$$

Wenn man das Ergebnis von  $h$  im Taschenrechner lässt und mit diesem  $A$  berechnet, dann ergibt sich  $A = a \cdot h/2 = 8\text{m} \cdot 6,9282032\dots\text{m} / 2 \approx 27,71\text{m}^2$ . Hieran sieht man, welchen Einfluss Rundungen haben.

$$U = 3a = 3 \cdot 8\text{m} = 24\text{m}$$

## Trapez


**Formeln:**

$$A = 1/2 \cdot (a + c) \cdot h = (a + c) \cdot h/2 = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$$U = a + b + c + d$$

**Bemerkung:**

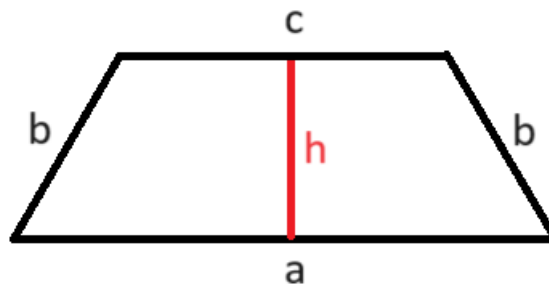
Die beiden gegenüberliegenden Seiten a und c sind parallel.

**Beispiel:**

a = 8cm; c = 12cm und h = 6cm, gesucht wird A.

$$A = 6\text{cm} \cdot (8\text{cm} + 12\text{cm})/2 = 6\text{cm} \cdot 20\text{cm}/2 = 60\text{cm}^2$$

### Gleichschenkliges Trapez (hier gilt b = d)


**Formeln:**

$$A = (a + c) \cdot h/2$$

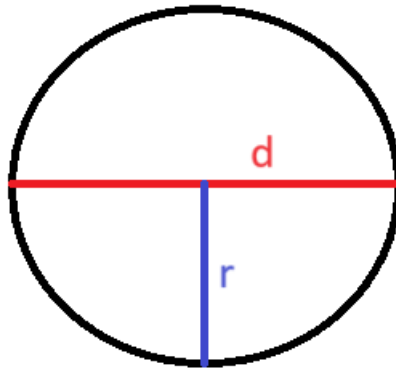
$$b = \sqrt{h^2 + (a - c)^2 / 4} \quad (\text{Pythagoras: } b^2 = h^2 + (a - c)^2/4)$$

$$U = a + c + 2b$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Trapez.html>

## Kreis

**Formeln:**

$$r = d/2 \text{ bzw. } d = 2 \cdot r$$

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad \text{oder} \quad A = \pi \cdot d^2/4$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Kreis.html>

**Beispiel:**

$d = 10\text{cm}$ , gesucht wird  $r$ ,  $A$  und  $U$ :

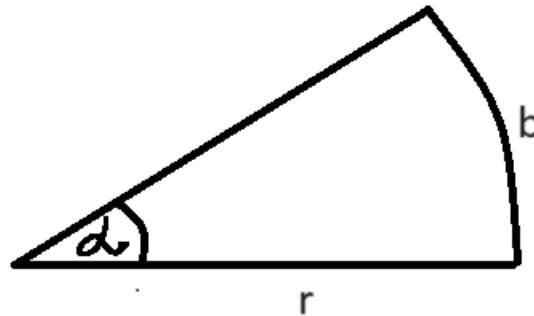
$$r = d/2 = 10\text{cm}/2 = 5\text{cm}$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 10\text{cm} \approx 31,42\text{cm}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5\text{cm})^2 \approx 78,54\text{cm}^2$$



## Kreisausschnitt



**Formeln:**

$$r = d/2 \text{ bzw. } d = 2 \cdot r$$

$$b = r \cdot \pi \cdot \alpha / 180^\circ \quad (\text{b wird auch oft mit } b_\alpha \text{ bezeichnet.})$$

$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \alpha / 360^\circ$$

Außerdem gilt  $A = b \cdot r/2$  (falls b und r gegeben ist und A berechnet werden soll).

**Bemerkung:**

Der komplette Umfang U wäre hier  $U = 2r + b$ , da b nur die Länge des Kreisbogens ist.

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Kreis.html>

**Beispiel:**

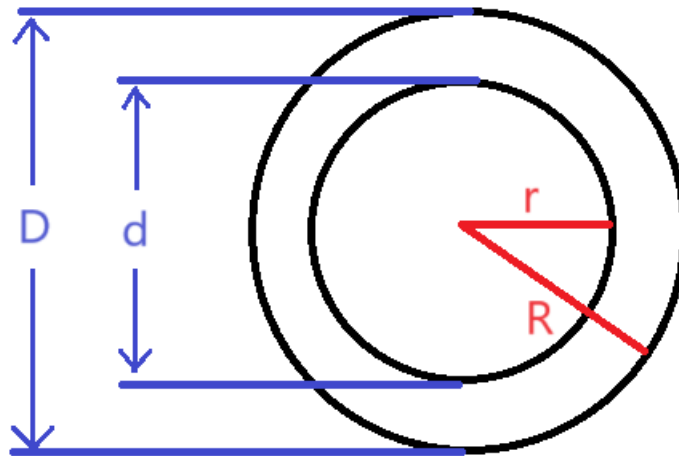
$r = 12\text{cm}$  und  $\alpha = 90^\circ$ . Gesucht wird b und A.

$$b = r \cdot \pi \cdot \alpha / 180^\circ = 12\text{cm} \cdot \pi \cdot 90^\circ / 180^\circ \approx 18,85\text{cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \alpha / 360^\circ = (12\text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 90^\circ / 360^\circ \approx 113,10\text{cm}^2$$

Da es sich für  $\alpha = 90^\circ$  um einen Viertelkreis handelt, hätte man auch den Umfang und die Fläche des ganzen Kreises mit Radius  $r = 12\text{cm}$  (Formeln siehe vorherige Seite) durch vier teilen können.

## Kreisring



### Formeln:

$$r = d/2 \text{ bzw. } d = 2 \cdot r$$

$$R = D/2 \text{ bzw. } D = 2 \cdot R$$

$$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

### Bemerkung:

Möchte man den Umfang des Kreisringes berechnen, so muss man nur den Umfang des inneren Kreises mit dem des äußeren Kreises addieren:

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r + 2 \cdot \pi \cdot R \text{ oder } U = \pi \cdot d + \pi \cdot D.$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Kreis.html>

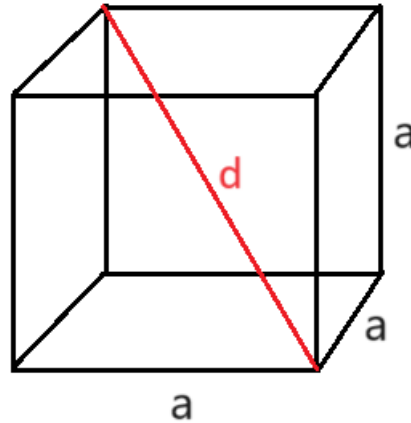
### Beispiel:

$r = 4\text{cm}$  und  $R = 5\text{cm}$ . Gesucht wird  $A$ .

$$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi = ((5\text{cm})^2 - (4\text{cm})^2) \cdot \pi = 9\text{cm}^2 \cdot \pi \approx 28,27\text{cm}^2$$

## Volumenberechnung

### Würfel



#### Formeln:

Volumen V:  $V = a^3$  (=  $a \cdot a \cdot a$ )

Oberfläche O:  $O = 6a^2$

Diagonale:  $d = \sqrt{3} \cdot a$

Die Formel für d ergibt sich über Pythagoras:  $d^2 = e^2 + a^2$  und  $e^2 = a^2 + a^2$ , wobei e die Diagonale einer Seite ist.

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Volumenberechnung.html>

Übungen zur Volumenberechnung:

<http://www.mathe-total.de/Test-Volumen>

#### Beispiele:

1)  $a = 5\text{cm}$ , gesucht wird V und O.

$V = (5\text{cm})^3 = 125\text{cm}^3$ .  $O = 6 \cdot (5\text{cm})^2 = 150\text{cm}^2$ .

2) Ein Würfel aus Silber wiegt 84g (Dichte von Silber:  $\rho = 10,5\text{g/cm}^3$ ). Wie lang ist seine Kantenlänge?

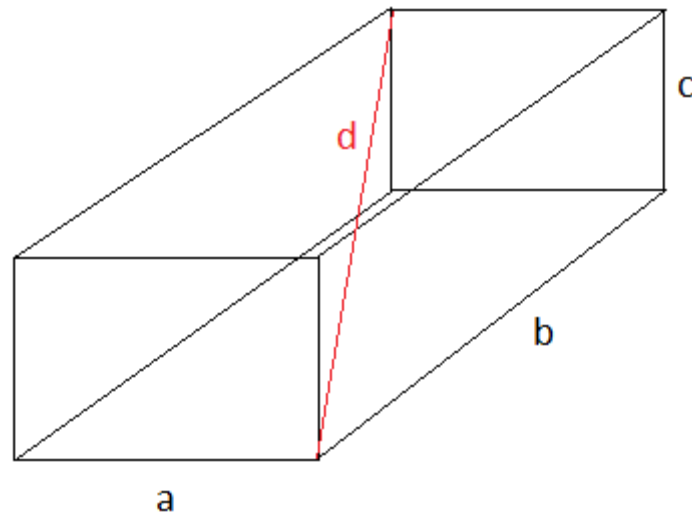
Es gilt  $m = V \cdot \rho$ , wobei m die Masse ist, V das Volumen und  $\rho$  die Dichte. Also gilt:

$$84\text{g} = V \cdot 10,5\text{g/cm}^3 \quad | : (10,5\text{g/cm}^3)$$

$$V = 8\text{cm}^3$$

Somit ist  $8\text{cm}^3 = a^3$ . Zieht man die dritte Wurzel, dann ergibt sich  $a = 2\text{cm}$ .

## Quader

**Formeln:**

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (\text{Ergibt sich über Pythagoras.})$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Volumenberechnung.html>

**Beispiel:**

$a = 2\text{cm}$ ,  $b = 3\text{cm}$  und  $c = 5\text{cm}$ , gesucht wird  $V$  und  $O$ .

$$V = 2\text{cm} \cdot 3\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 30\text{cm}^3$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2 \cdot (2\text{cm} \cdot 3\text{cm} + 2\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 3\text{cm} \cdot 5\text{cm}) = 62\text{cm}^2$$

## Prisma

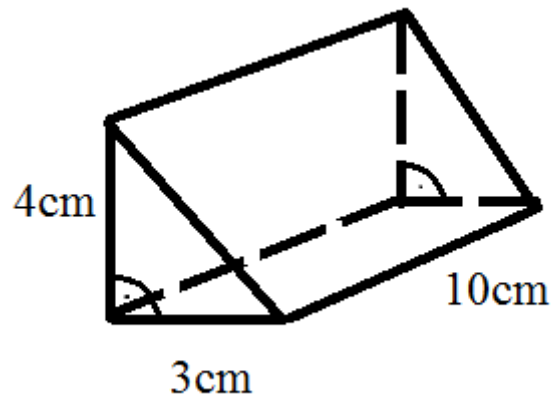
### Formel für das Volumen:

$$V = G \cdot h$$

$h$  ist hierbei die Körperhöhe und  $G$  die Grundfläche. Die Grundfläche kann ein Dreieck, ein Viereck oder allgemein ein Vieleck sein. Als Körperhöhe wurde oben die Bezeichnung  $h$  gewählt, oft wird aber auch (zum unterscheiden der Körperhöhe von der Höhe der Grundseite)  $h_k$  oder auch  $l$  (ein kleines "L") verwendet ( $V = G \cdot h_k$  oder  $V = G \cdot l$ ).

Wenn man ein Prisma parallel zur Grundfläche durchschneidet, ist die Schnittfläche mit der Grundfläche identisch. Damit ist ein Würfel oder ein Quader auch ein Prisma.

### Beispiel:



Die Grundfläche ist im Beispiel ein rechtwinkliges Dreieck. Hier gilt:

$$G = 4\text{cm} \cdot 3\text{cm} / 2 = 6\text{cm}^2$$

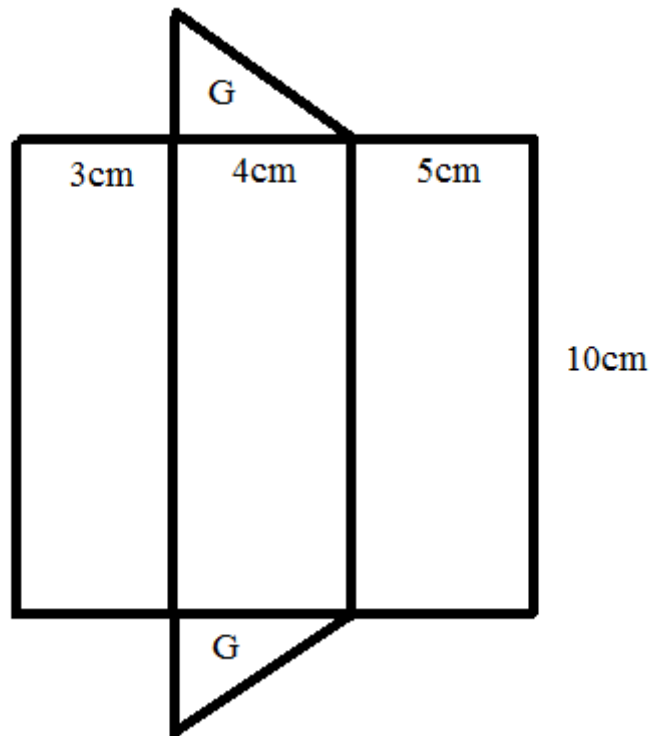
Die Körperhöhe ist, wie man an der Zeichnung sieht, gleich 10cm. Also  $h = 10\text{cm}$ .

$$\text{Damit ergibt sich das Volumen: } V = G \cdot h = 6\text{cm}^2 \cdot 10\text{cm} = 60\text{cm}^3$$

Die **Oberfläche bei Prismen** berechnet sich wie folgt:

$$O = 2 \cdot G + M$$

$M$  ist dabei die Mantelfläche. Im Beispiel besteht der Mantel aus 3 Rechtecken (siehe die nächste Grafik).

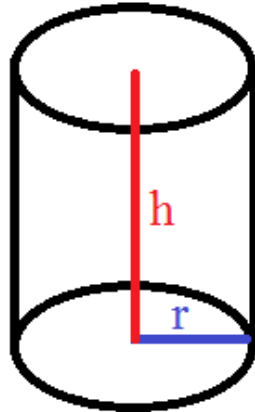


Die **Mantelfläche**  $M$  ergibt sich bei Prismen aus dem Umfang der Grundfläche  $U$  mal der Körperhöhe  $h$ :  $M = U \cdot h$ .

Für den Umfang im Beispiel benötigen wir noch die Länge der Hypotenuse des Dreiecks der Grundfläche. Diese kann man über Pythagoras berechnen: Wir bezeichnen die Hypotenuse mit  $c$ :  $c^2 = (3\text{cm})^2 + (4\text{cm})^2 = 25\text{cm}^2$ . Wurzelziehen ergibt:  $c = 5\text{cm}$ .

Damit ergibt sich der Umfang der Grundfläche  $U = 3\text{cm} + 4\text{cm} + 5\text{cm} = 12\text{cm}$ . Die Mantelfläche ist dann  $M = 12\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 120\text{cm}^2$ . Für die Oberfläche ergibt sich  $O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 6\text{cm}^2 + 120\text{cm}^2 = 132\text{cm}^2$ .

## Zylinder



### Formeln:

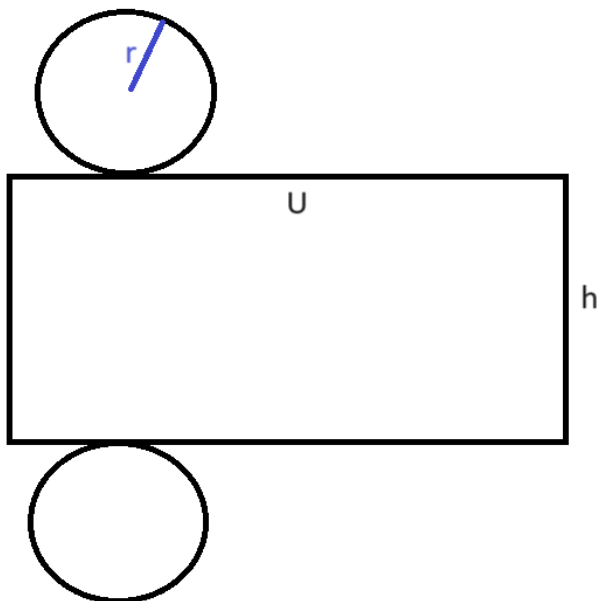
$$V = G \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$O = 2G + M = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h)$$

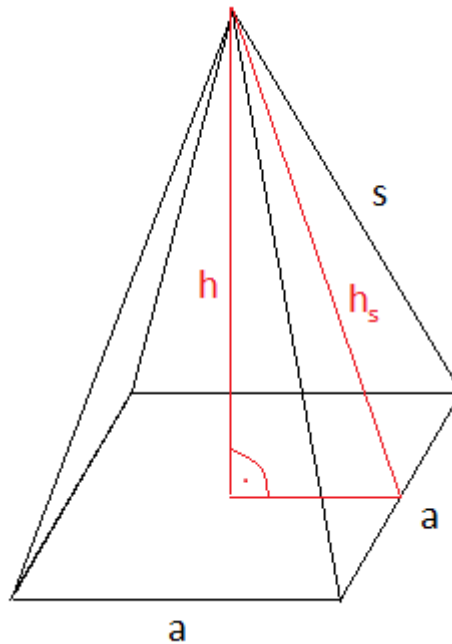
Der Mantel M stellt wie bei Prismen ein Rechteck dar. Das Rechteck ist so breit, wie der Kreisumfang ( $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ ) und ist so hoch wie die Höhe h. Hier wird die Oberfläche dargestellt:



Online Berechnung unter:

<http://www.alles-mathe.de/VolumenberechnungZylinder.html>

## Pyramide mit quadratischer Grundfläche



### Formeln:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$G = a^2$$

$$M = 2 \cdot a \cdot h_s$$

$$O = M + G$$

Die folgenden beiden Formeln ergeben sich wieder über Pythagoras:

$$h_s = \sqrt{h^2 + (a/2)^2} \quad (\text{Statt } (a/2)^2 \text{ kann man auch } a^2/4 \text{ verwenden.})$$

$$s = \sqrt{h_s^2 + (a/2)^2}$$

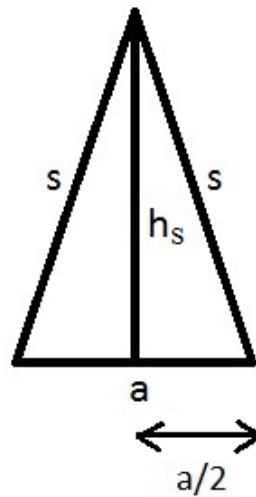
Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungquadratischePyramide.html>

Es gibt folgende gleichschenklige Dreiecke, mit denen man fehlende Größen in einer Pyramide über Pythagoras berechnen kann:

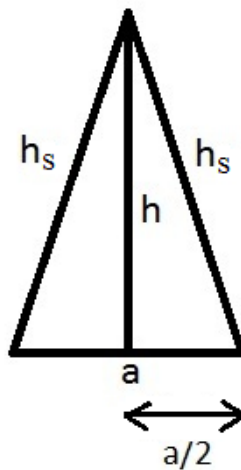


Eine Seite der Pyramide:



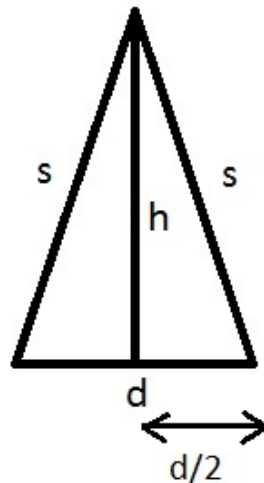
Pythagoras:  $(a/2)^2 + h_s^2 = s^2$

Pyramide durch die Mitte parallel zur Grundkante a durchgeschnitten (durch die Spitze):



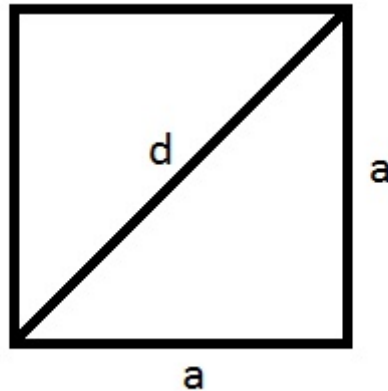
Pythagoras:  $(a/2)^2 + h^2 = h_s^2$

Pyramide diagonal über Ecken der Grundfläche durchgeschnitten (durch die Spitze):



Pythagoras:  $(d/2)^2 + h^2 = s^2$

Dabei ist  $d$  die Diagonale auf der Grundfläche, die über  $d = \sqrt{2} \cdot a$  berechnet werden kann (da  $a^2 + a^2 = d^2$  gilt).



**Beispiel:**

$a = 6\text{m}$  und  $h = 4\text{m}$ , gesucht werden  $V$ ,  $O$  und  $s$ .

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (6\text{m})^2 \cdot 4\text{m} = 48\text{m}^3 \quad (G = a^2 = (6\text{m})^2)$$

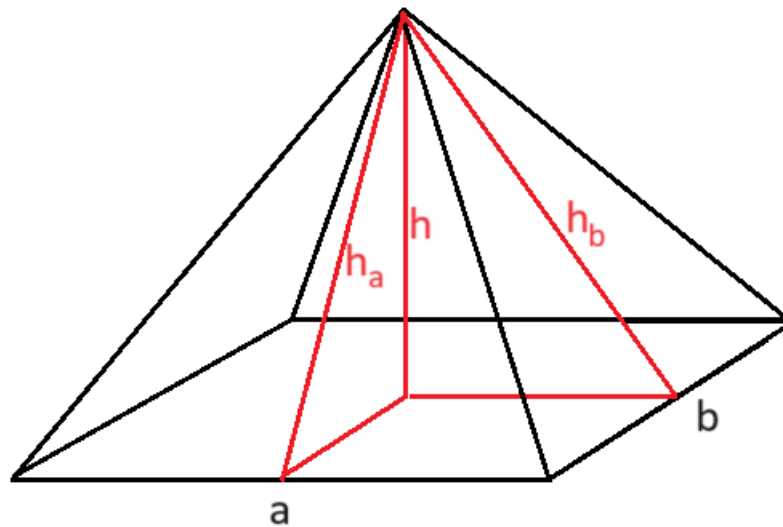
$$h_s = \sqrt{h^2 + (a/2)^2} = \sqrt{(4\text{m})^2 + (6\text{m}/2)^2} = \sqrt{25\text{m}^2} = 5\text{m}$$

$$s = \sqrt{h_s^2 + (a/2)^2} = \sqrt{(5\text{m})^2 + (6\text{m}/2)^2} = \sqrt{34\text{m}^2} \approx 5,83\text{m}$$

$$M = 2 \cdot a \cdot h_s = 2 \cdot 6\text{m} \cdot 5\text{m} = 60\text{m}^2$$

$$O = M + G = 60\text{m}^2 + 36\text{m}^2 = 96\text{m}^2$$

## Pyramide mit rechteckiger Grundfläche

**Formeln:**

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h$$

$$h_a = \sqrt{h^2 + (b/2)^2} \quad (\text{Pythagoras: } h_a^2 = h^2 + (b/2)^2)$$

$$h_b = \sqrt{h^2 + (a/2)^2}$$

$$G = a \cdot b$$

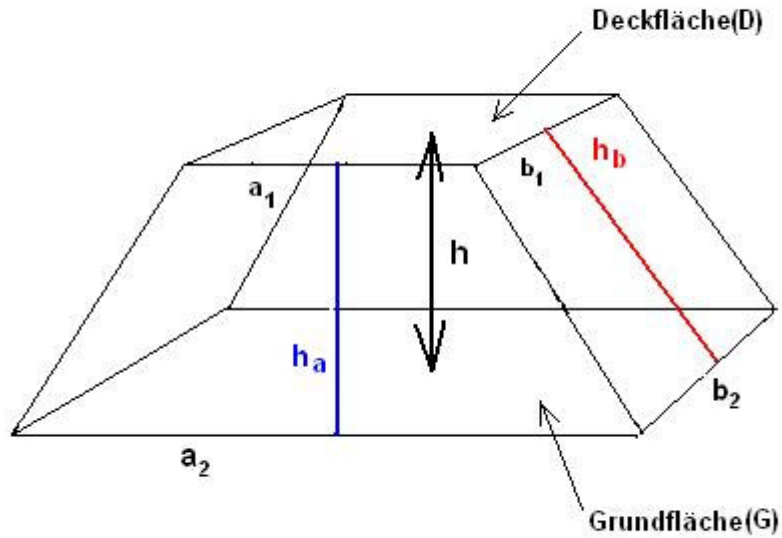
$$M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$$

$$O = M + G$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungrechteckigePyramide.html>

## Pyramidenstumpf



### Formeln:

$$D = a_1 \cdot b_1$$

$$G = a_2 \cdot b_2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (G + \sqrt{D \cdot G} + D)$$

$$h_a = \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1)^2 / 4} \quad (\text{Pythagoras})$$

$$h_b = \sqrt{h^2 + (a_2 - a_1)^2 / 4} \quad (\text{Pythagoras})$$

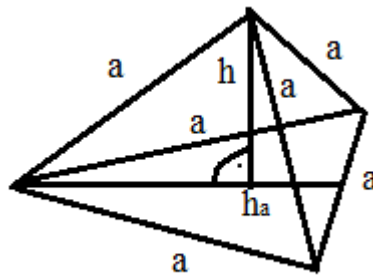
$$M = (b_1 + b_2) \cdot h_b + (a_1 + a_2) \cdot h_a$$

$$O = M + G + D$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungPyramidenstumpf.html>

## Regelmäßiger Tetraeder



### Formeln:

$h_a = \sqrt{3}/2 \cdot a$  (Dies ist die Höhe auf einer Seite, siehe Formel für gleichseitiges Dreieck.)

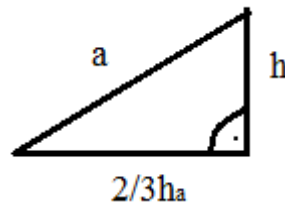
$$h = \sqrt{2/3} \cdot a = \sqrt{6}/3 \cdot a$$

$$V = 1/3 \cdot 1/2 \cdot a \cdot h_a \cdot h = \sqrt{2}/12 \cdot a^3$$

$$O = 4 \cdot 1/2 \cdot a \cdot h_a = \sqrt{3} \cdot a^2$$

### Bemerkung zur Berechnung von h:

h ist die Höhe des Tetraeders. Für diese gilt (Pythagoras):



$$h^2 + (2/3 \cdot h_a)^2 = a^2$$

$$h^2 + (2/3 \cdot \sqrt{3}/2 \cdot a)^2 = a^2$$

$$h^2 + (\sqrt{3}/3 \cdot a)^2 = a^2$$

$$h^2 + 1/3 \cdot a^2 = a^2 \quad | -1/3 \cdot a^2$$

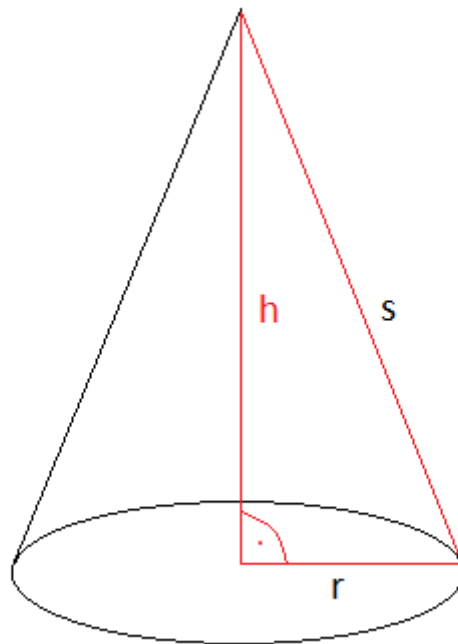
$$h^2 = 2/3 \cdot a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = \sqrt{2/3} \cdot a$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungregelmassigeTetraeder>

## Kegel


**Formeln:**

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2} \quad (\text{Pythagoras: } s^2 = h^2 + r^2)$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$O = M + G$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungKegel.html>

**Beispiel:**

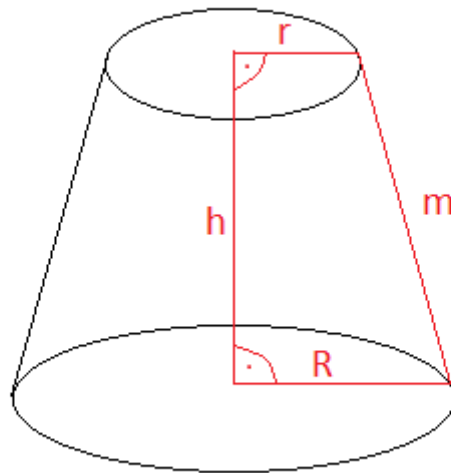
$r = 6\text{m}$  und  $h = 8\text{m}$ . Gesucht wird  $V$  und  $O$ .

$$V = \frac{1}{3} \cdot (6\text{m})^2 \cdot \pi \cdot 8\text{m} \approx 301,59\text{m}^3$$

$$s = \sqrt{(8\text{m})^2 + (6\text{m})^2} = \sqrt{100\text{m}^2} = 10\text{m}$$

$$O = M + G = \pi \cdot r \cdot s + r^2 \cdot \pi = \pi \cdot 6\text{m} \cdot 10\text{m} + (6\text{m})^2 \cdot \pi \approx 301,59\text{m}^2 \quad (\text{Hier ist zufällig } O = V.)$$

## Kegelstumpf

**Formeln:**

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot (r^2 + r \cdot R + R^2)$$

$$m = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} \quad (\text{Pythagoras: } m^2 = h^2 + (R - r)^2)$$

$$M = \pi \cdot m \cdot (r + R)$$

$$D = r^2 \cdot \pi$$

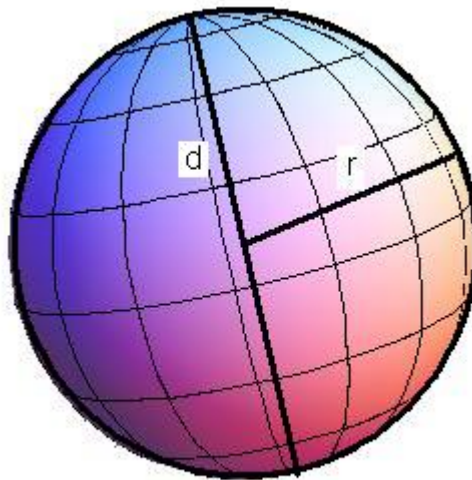
$$G = R^2 \cdot \pi$$

$$O = M + G + D$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungKegelstumpf.html>

## Kugel



### Formeln:

$$d = 2r$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungKugel.html>

### Beispiele:

1)  $d = 10\text{cm}$ . Gesucht wird  $V$ .

$$r = d/2 = 5\text{cm}. V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot (5\text{cm})^3 \cdot \pi \approx 523,60 \text{ cm}^3.$$

2) In eine Kugel passt 1 Liter Wasser. Wie groß ist ihr Innenradius?

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

1 Liter entspricht  $1\text{dm}^3$  oder  $1000\text{cm}^3$ :

$$1000\text{cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \quad | : \frac{4}{3} \quad \text{oder } \cdot \frac{3}{4}$$

$$750\text{cm}^3 = r^3 \cdot \pi \quad | : \pi$$

$$750\text{cm}^3 / \pi = r^3 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$r = \sqrt[3]{750\text{cm}^3 / \pi} \approx 6,20\text{cm}$$



## Hinweise zu den Einheiten

### Längeneinheiten

Zu den üblichen Längeneinheiten zählen (die Grundeinheit ist m):  
mm, cm, dm, m, km.

Bei der Umrechnung von einer Einheit in die andere ist folgendes zu beachten:

$1\text{mm} = 0,1\text{cm}$  oder  $1\text{cm} = 10\text{mm}$ .

Damit wären  $58\text{cm}$  gleich  $580\text{mm}$ . Dagegen sind  $800\text{mm}$  gleich  $80\text{cm}$ .

Für mm, cm, dm und m gilt: Bei der Umrechnung in die "nächstgrößere" Einheit muss man durch 10 teilen und bei der Umrechnung in eine "nächstkleinere" Einheit mit 10 multiplizieren. Dagegen muss man bei der Umrechnung von m in km durch 1000 teilen und bei der Umrechnung von km in m mit 1000 multiplizieren.

$1\text{cm} = 0,1\text{dm}$  oder  $1\text{dm} = 10\text{cm}$ .

$1\text{dm} = 0,1\text{m}$  oder  $1\text{m} = 10\text{dm}$ .

$1\text{m} = 0,001\text{km}$  oder  $1\text{km} = 1000\text{m}$ .

Damit sind  $5800\text{m}$  gleich  $5,8\text{km}$  oder  $2,5\text{km}$  gleich  $2500\text{m}$ . Beispielsweise sind auch  $5\text{m} = 50\text{dm} = 500\text{cm}$ .

Weitere Einheiten wären  $\mu\text{m}$  (Mikrometer) und nm (Nanometer). Dabei ist  $1\text{mm}$  gleich  $1000\mu\text{m}$  und  $1\mu\text{m}$  gleich  $1000\text{nm}$  oder  $1\text{m} = 1.000\text{mm} = 1.000.000\mu\text{m} = 1.000.000.000\text{nm}$ .

### Flächeneinheiten

Zu den üblichen Flächeneinheiten zählen:

$\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , a, ha,  $\text{km}^2$

Diese Einheiten sind oben wieder der "Größe" nach geordnet. Hier ist der Umrechnungsfaktor 100, denn beispielsweise ist  $1\text{cm}^2$  die Fläche eines Quadrates mit  $1\text{cm} = 10\text{mm}$  Seitenlänge, womit  $1\text{cm}^2 = 1\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 10\text{mm} \cdot 10\text{mm} = 100\text{mm}^2$  ist. D.h.: Bei der Umrechnung in eine "nächstgrößere" Einheit muss man damit durch 100 teilen und bei der Umrechnung in eine "nächstkleinere" Einheit mit 100 multiplizieren.

$1\text{mm}^2 = 0,01\text{cm}^2$  oder  $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$ .

$1\text{cm}^2 = 0,01\text{dm}^2$  oder  $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$ .

$1\text{dm}^2 = 0,01\text{m}^2$  oder  $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$ .

$1\text{m}^2 = 0,01\text{a}$  oder  $1\text{a} = 100\text{m}^2$ .

$1\text{a} = 0,01\text{ha}$  oder  $1\text{ha} = 100\text{a}$ .

$1\text{ha} = 0,01\text{km}^2$  oder  $1\text{km}^2 = 100\text{ha}$ .

Damit ist  $1\text{km}^2 = 100\text{ha} = 10.000\text{a} = 1.000.000\text{m}^2$  (denn  $1\text{km}^2$  wäre z.B. die Fläche eines Quadrates mit  $1000\text{m}$  Seitenlänge).

## Volumeneinheiten

Beim Volumen muss man sogar bei den Einheiten  $\text{mm}^3$ ,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$  den Faktor 1000 zur Umrechnung in die "nächstgrößere" Einheit verwenden.

Da  $1\text{km}^3$  beispielsweise das Volumen eines Würfels mit 1000m Kantenlänge wäre, ist damit  $1\text{km}^3 = 1000\text{m} \cdot 1000\text{m} \cdot 1000\text{m} = 1.000.000.000\text{m}^3$ .

$$1\text{mm}^3 = 0,001\text{cm}^3 \text{ oder } 1\text{cm}^3 = 1000\text{mm}^3.$$

$$1\text{cm}^3 = 0,001\text{dm}^3 \text{ oder } 1\text{dm}^3 = 1000\text{cm}^3.$$

$$1\text{dm}^3 = 0,001\text{m}^3 \text{ oder } 1\text{m}^3 = 1000\text{dm}^3.$$

$$1\text{m}^3 = 0,000000001\text{km}^3 \text{ oder } 1\text{km}^3 = 1.000.000.000\text{m}^3.$$

Als Volumeneinheiten werden auch Liter (L oder l) verwendet. Dabei ist 1L gleich  $1\text{dm}^3$ . Somit wären 0,5L gleich  $0,5\text{dm}^3 = 500\text{cm}^3$  oder  $1000\text{L} = 1000\text{dm}^3 = 1\text{m}^3$ .  $1\text{cm}^3$  ist damit 1mL (1 Milliliter).