Aufgaben zur Integralrechnung

Gesucht wird eine Stammfunktion von:

a) $f(x) = x^2 + 4$

b) $f(x) = 6x^3 – 8x^2 + 3x +7$

c) $f(x) = 1/5x^3 – 3/4x^2 + 1/7x - 2$

d) $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx + d$

e) $f(x) = 2\sqrt{x}$

f) $f(x) = \frac{6}{x^3}$

g) $f(x) = \frac{4}{7x^2}$

h) $f(x) = \frac{7}{\sqrt[4]{x}}$

i) $f(x) = x^3 + \frac{2}{x^2}$

j) $f(x) = (2x + 5)(-4x + 3)$

k) $f(x) = -8(6x^2 – 4x + 3)$

l) $f(x) = \frac{12x^5 - x^3 + 4x}{x^3}$

m) $f(x) = -8x + a^2$

n) $f(a) = 9a^3 – x^5$

Bemerkungen und Tipps:

1) Es gilt für $f(x) = x^n$ $(n \neq - 1)$:

$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ ist eine Stammfunktion.

$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$ sind alle Stammfunktionen.

2) Es gilt $1/x^n = x^{-n}$ und $x^n/x^m = x^{n-m}$.

3) $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$

Lösungen:

a) $F(x) = 1/3x^3 + 4x$

b) $F(x) = 6/4x^4 - 8/3x^3 + 3/2x^2 + 7x = 3/2x^4 - 8/3x^3 + 3/2x^2 + 7x$

c) $F(x) = 1/5 \cdot 1/4 \cdot x^4 - 3/4 \cdot 1/3 \cdot x^3 + 1/7 \cdot 1/2 \cdot x^2 - 2 \cdot x = 1/20x^4 - 1/4x^3 + 1/14x^2 - 2x$

d) $F(x) = 1/6 \cdot ax^6 + 1/4 \cdot bx^4 + 1/2 \cdot cx^2 + dx$ $(1/6 \cdot ax^6 = a/6 \cdot x^6)$

e) $f(x) = 2x^{1/2}$; $F(x) = 2/(1/2+1) \cdot x^{1/2+1} = 4/3 \cdot x^{3/2}$

f) $f(x) = \frac{6}{x^3} = 6 \cdot x^{-3}$; $F(x) = \frac{6}{-3+1} x^{-3+1} = -3x^{-2}$

g) $f(x) = \frac{4}{7x^2} = 4/7 \cdot x^{-2}$; $F(x) = 4/7 \cdot \frac{1}{-2+1} \cdot x^{-2+1} = -4/7 \cdot x^{-1}$ (oder $F(x) = -\frac{4}{7x}$)

h) $f(x) = \frac{7}{\sqrt[4]{x}} = \frac{7}{x^{1/4}} = 7 \cdot x^{-1/4}$; $F(x) = 7 \cdot 1/(-1/4+1) \cdot x^{3/4} = 7 \cdot 4/3x^{3/4} = 28/3x^{3/4}$

i) $f(x) = x^3 + 2/x^2 = x^3 + 2x^{-2}$; $F(x) = 1/4 \cdot x^4 + 2/(-2+1) \cdot x^{-2+1} = 1/4 \cdot x^4 - 2x^{-1}$ (oder $F(x) = 1/4 \cdot x^4 - 2/x$)

j) $f(x) = (2x + 5)(-4x + 3) = -8x^2 - 14x + 15$. Hier musste vorher ausmultipliziert werden, da beide Faktoren von x abhängen. $F(x) = -8/3 \cdot x^3 - 7x^2 + 15x$

k) $f(x) = -8(6x^2 - 4x + 3)$; es muss nicht ausmultipliziert werden, da -8 ein konstanter Faktor ist. $F(x) = -8(2x^3 - 2x^2 + 3x)$

l) $f(x) = \frac{12x^5 - x^3 + 4x}{x^3} = \frac{12x^5}{x^3} - \frac{x^3}{x^3} + \frac{4x}{x^3} = 12x^2 - 1 + 4x^{-2}$; $F(x) = 4x^3 - x - 4x^{-1}$

m) $f(x) = -8x + a^2$, hier ist a eine Konstante und somit auch a^2. $F(x) = -4x^2 + a^2 \cdot x$

n) $f(a) = 9a^3 - x^5$, hier ist x und somit x^5 konstant. $F(a) = 9/4 \cdot a^4 - x^5 \cdot a$