Aufgaben zu Geraden

1) Gegeben ist die Geradengleichung $f(x) = 2x - 4$.
a) Wie lauten die Nullstelle?
b) Gesucht werden die Schnittpunkte mit Koordinatenachsen?
c) Wie groß ist der Schnittwinkel mit x-Achse?

2) Gegeben ist die Geradengleichung $f(x) = -1/2 \cdot x + 3$.
a) Gesucht wird die Gleichung einer orthogonalen Gerade zu f.
b) Gesucht wird die Gleichung der zu f orthogonalen Gerade, die durch P(4; 3) verläuft.
c) Wie groß ist der Abstand von P(4; 3) zu f?

3) Gesucht wird die Gleichung der Geraden mit
a) der Steigung $m = 3$ und die durch P(-4; 3) verläuft.
b) dem Achsenabschnitt $b = 5$ und Verlauf durch P(-2; 3).
c) dem Verlauf durch P(-2; 10) und Q(1; 16).
d) einer Nullstelle bei $x = 4$ und der Steigung $m = 2$
e) dem Verlauf durch P(4; 3) und Q(6; 3).

4) Gegeben ist die die Geradengleichung $f(x) = -2x + 3$.
a) Liegt der Punkt P(4; 5) auf der Geraden f?
b) Gesucht wird der Punkt P(5; ?).
c) Gesucht wird der Punkt P(? ; 7).

5) Es werden der der Schnittpunkt und Schnittwinkel der Geraden
$f(x) = 4x - 3$ und $g(x) = 2x + 7$ gesucht.

6) Gesucht wird die Gleichung einer zu $f(x) = 3x + 8$ parallele Gerade durch P(-3; 4)?

Lösungen:

1) a) $f(x) = 2x - 4 = 0 \quad | +4$

$2x = 4 \quad | :2$

$x = 2$

b) Schnittpunkt mit der x-Achse ist $S_x(2; 0)$, da die Nullstelle bei x = 2 liegt. Schnittpunkt mit der y-Achse ist $S_y(0; -4)$, da f(0) = - 4 ist, was man auch direkt an der Gleichung ablesen kann.

c) Schnittwinkel x-Achse: Es gilt für den Neigungswinkel m = tan(α), wenn m die Steigung der Geraden ist:

$$\alpha = \tan^{-1}(m)$$
$$\alpha = \tan^{-1}(2) \approx 63{,}43°$$

2) a) $m_1 = -\frac{1}{2}$ (da $f(x) = -1/2 \cdot x + 3$)

$m_2 = -\frac{1}{m_1}$ (negativer Kehrwert, da für zwei orthogonale Geraden $m_1 \cdot m_2 = -1$ gilt)

$= 2$

Alle orthogonalen Geraden zu f haben die Form: g(x) = 2x + egal

Also g(x) = 2x + 3 oder g(x) = 2x – 7 oder g(x) = 2x.

b) g(x) = 2x + b ; b so bestimmen, dass g(4) = 3 ist:

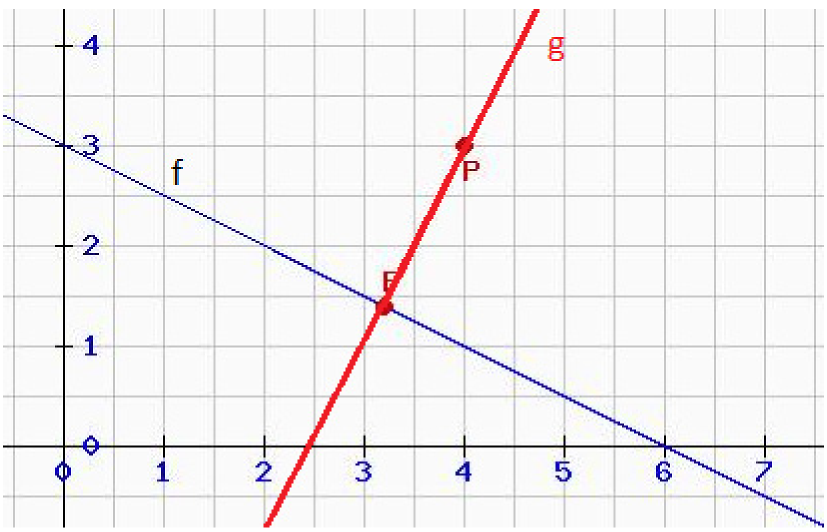
$2 \cdot 4 + b = 3$

$8 + b = 3$

$b = -5$

Damit gilt: g(x) = 2x – 5

c) Wir bestimmen den Schnittpunkte F der Orthogonalen zu f durch P, also g, mit f. Der Schnittpunkt ist der Punkt mit dem kürzesten Abstand zu P auf f.



$f(x) = g(x)$
$-1/2\cdot x + 3 = 2x - 5 \quad | -2x\ -3$
$-5/2\cdot x = -8 \quad | \cdot(-2/5)$ oder $:(-5/2)$
$x = 16/5 = 3{,}2$

$y = g(16/5) = 2 \cdot 16/5 - 5 = 7/5 = 1{,}4$

Damit ist F(3,2; 1,4). Es gilt für den Abstand von $P(x_1; y_1)$ zu $F(x_2; y_2)$:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

P(4; 3) ; F(16/5; 7/5):

$d = \sqrt{(16/5 - 4)^2 + (7/5 - 3)^2} = \sqrt{16/5} = \frac{4}{\sqrt{5}} \approx 1{,}789$

3) $f(x) = 3x + b$
P(-4; 3) einsetzen:
$3 \cdot (-4) + b = 3$
$-12 + b = 3 \quad | +12$
$b = 15$

Also: $f(x) = 3x + 15$

b) $f(x) = m\cdot x + 5$
P(-2; 3) einsetzen:

$m \cdot (-2) + 5 = 3$
$-2m + 5 = 3 \quad |-5$
$-2m = -2 \quad |: (-2)$
$m = 1$

Also: $f(x) = x + 5$

c) P(-2; 10); Q(1; 16)
$P(x_1; y_1)$; $Q(x_2; y_2)$

Steigung berechnen über: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{16-10}{1-(-2)} = 2$

Also gilt: $f(x) = 2x + b$

Q einsetzen: $2 \cdot 1 + b = 16$
$b = 14$

Damit ist $f(x) = 2x + 14$.

d) $f(x) = 2x + b$ (damit ist $m = 2$)

$2 \cdot 4 + b = 0$ Wenn x = 4 ist y = 0, da x = 4 Nullstelle ist (N(4; 0) wurde eingesetzt)

$b = -8$

Also: f(x) = 2x – 8

e) P(4; 3) und Q(6; 3):

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-3}{6-4} = 0$

Damit ist f(x) = b. P(4; 3) einsetzen ergibt b = 3 und damit f(x) = 3.

4) a) P(4; 5): wir setzen x = 4 in f(x) ein : $f(4) = -2 \cdot 4 + 3 = -5$
Es ergibt sich der y-Wert -5 und nicht 5, damit liegt P nicht auf der Geraden f.

b) P(5;___) $f(5) = -2 \cdot 5 + 3$ (hier ist x = 5 und y gesucht)

$= -7$

Damit ist P(5; -7).

c) P(__; 7) $-2x + 3 = 7 \mid -3$ (hier ist y = 7 und x gesucht)

$-2x = 4$

$x = -2$

Damit ist P(-2; 7).

5) Schnittpunkte und Schnittwinkel:

$f(x) = g(x)$
$4x - 3 = 2x + 7$
$2x = 10$
$x = 5$

$g(5) = 2 \cdot 5 + 7 = 17$, also ist der Schnittpunkt S(5; 17).

Schnittwinkel:
$\alpha = \tan^{-1}(m_f) - \tan^{-1}(m_g)$ (da $m_f > m_g$ sonst umgekehrt oder Betrag verwenden)

$\alpha = \tan^{-1}(4) - \tan^{-1}(2)$

$\approx 12{,}529°$

Wenn α > 90° wäre, so wäre 180° - α der Schnittwinkel.

6) f(x) = 3x + 8

g(x)= 3x + b sind alle parallele Geraden zu f. Wir müssen P(-3; 4) einsetzen und b bestimmen:

$3 \cdot (-3) + b = 4$
$-9 + b = 4$
$b = 13$

Also: g(x) = 3x + 13